平成 28 年度前期選抜学力検査　詳解

$\boxed{1}$

⑴

$$
\begin{aligned}
8-5\times\left(-2^2\right) &= 8-5\times(-4)\\
&= 8+5\times 4\\
&= 8+20\\
&= 28
\end{aligned}
$$

⑵

$$
\begin{aligned}
\frac{5x+4y}{3}-\frac{3x-4y}{2} &= \frac{2(5x+4y)}{6}-\frac{3(3x-4y)}{6}\\
&= \frac{2(5x+4y)-3(3x-4y)}{6}\\
&= \frac{10x+8y-9x+12y}{6}\\
&= \frac{10x-9x+8y+12y}{6}\\
&= \frac{x+20y}{6} \qquad \left(=\frac{x}{6}+\frac{10}{3}y\right)
\end{aligned}
$$

⑶

$$
\begin{aligned}
3x^2y\div 2xy\times(-6y) &= -\frac{3x^2y\times 6y}{2xy}\\
&= -9xy\\
&= -9\times 3\times(-4)\\
&= 9\times 3\times 4\\
&= 108
\end{aligned}
$$

⑷

$$
\begin{aligned}
\sqrt{32}-\frac{4}{\sqrt{2}}+\sqrt{50} &= 4\sqrt{2}-\frac{4\sqrt{2}}{2}+5\sqrt{2}\\
&= 4\sqrt{2}-2\sqrt{2}+5\sqrt{2}\\
&= (4-2+5)\sqrt{2}\\
&= 7\sqrt{2}
\end{aligned}
$$

⑸

$$
\begin{aligned}
(x+1)(x-3) &= 12\\
x^2-2x-3 &= 12\\
x^2-2x-3-12 &= 0\\
x^2-2x-15 &= 0\\
(x-5)(x+3) &= 0\\
x &= 5,\ -3
\end{aligned}
$$

⑹

x に 4 を加えた数の 5 倍：

$$(x+4)\times 5 = 5(x+4)$$

x を 2 倍して 4 をひいた数：

$$(x\times 2)-4 = 2x-4$$

よって

$$5(x+4)=2x-4$$
$$5x+20=2x-4$$
$$5x-2x=-4-20$$
$$3x=-24$$
$$x=-8$$

(7)

3 枚の硬貨の表裏の出方の場合の数は

$2^3=8$ 通り

表が出た硬貨の合計金額が 60 円以上になるのは

(100 円, 50 円, 10 円) =(表, 表, 表), (表, 表, 裏), (表, 裏, 表),

(表, 裏, 裏),

(裏, 表, 表)

の 5 通り．よって求める確率は

$$\frac{5}{8}$$

別解)

合計金額が 60 円未満になるのは，表が出るのが

50 円のみ, 10 円のみ, なし

の 3 通り．よって，60 円未満になる確率は

$$\frac{3}{8}$$

求める確率はその余事象より

$$1-\frac{3}{8}=\frac{5}{8}$$

(8)

正六角形の内角の和は

$$180^\circ\times(6-2)=180^\circ$$
$$=720^\circ$$

正六角形の 1 つの内角は

$$\frac{720^\circ}{6}=120^\circ$$

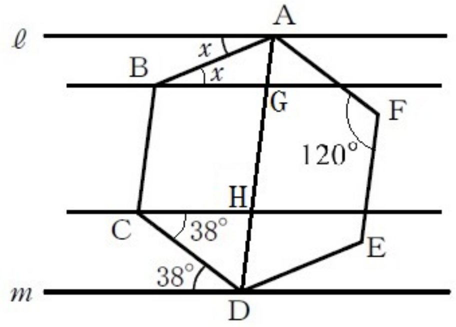
l, m に並行で B, C を通る直線と AD を結ぶ線分との交点をそれぞれ G, H とする．このとき，四角形 BCHG は平行四辺形である (証明略).

$\angle\mathrm{HCD}=38^\circ$ (錯角)

$\angle\mathrm{HCB}=\angle\mathrm{DCB}-\angle\mathrm{HCD}$

$=120^\circ-38^\circ$

$=82^\circ$



平行四辺形の性質より

$\angle\mathrm{GBC}=180^\circ-\angle\mathrm{HCB}$

$=180^\circ-82^\circ$

$=98^\circ$

$\angle\mathrm{ABG}=\angle x$ (錯角)

$\angle x=\angle\mathrm{ABG}=\angle\mathrm{ABC}-\angle\mathrm{GBC}$

$=120^\circ-98^\circ$

$=22^\circ$

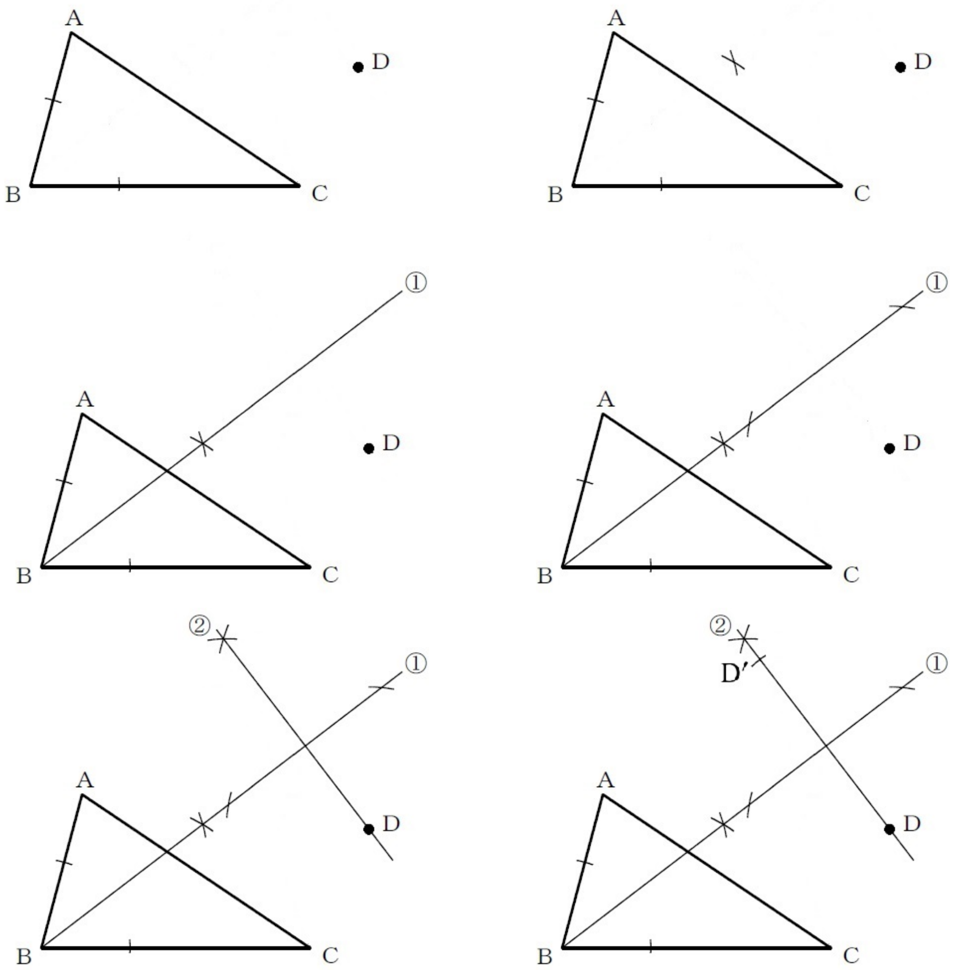
(9)

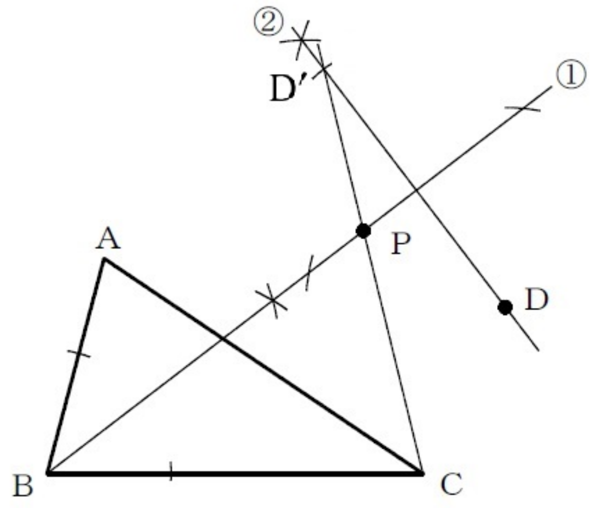
① ∠B の二等分線を作図.

② D から①への垂線を作図.

③ ②の直線上に，①の直線が線分 DD′ の垂直二等分線になる点 D′ を作図.

④ D′ と C を結ぶ直線と①の直線の交点が点 P.





2

(1)

① テニス大会の全参加者を x 人とすると，その 24% が高校生で 108 人であったので

$$x \times \frac{24}{100} = 108$$

$$x = 108 \times \frac{100}{24}$$

$$= 450$$

②

A 市からの全参加者を y 人とすると，その 20% が高校生であったので，A 市からの高校生を a 人とすると

$$y \times \frac{20}{100} = a$$

$$\therefore \frac{20}{100}y = a \qquad \cdots\cdots(\sharp)$$

B 市からの全参加者を z 人とすると，その 30% が高校生であったので，B 市からの高校生を b 人とすると

$$z \times \frac{30}{100} = b$$

$$\frac{30}{100}z = b \qquad \cdots\cdots(\flat)$$

①で全参加者が 450 人であったので

$$y + z = 450 \qquad \cdots\cdots(☆)$$

全体の高校生の参加者は 108 人であったので

$$a + b = 108$$

$(\sharp)$, $(\flat)$ を代入して

$$\frac{20}{100}y + \frac{30}{100}z = 108 \qquad \cdots\cdots(★)$$

$$\frac{2}{10}y + \frac{3}{10}z = 108$$

$$2y + 3z = 1080$$

(☆) より

$$z = 450 - y \qquad \cdots\cdots(☆')$$

(★) に代入して

$$2y + 3(450 - y) = 1080$$

$$2y + 1350 - 3y = 1080$$

$$-y = -270$$

$$\therefore y = 270$$

(☆') より

$$z = 450 - 270$$

$$= 180$$

Ans. A 市 : 270 人，B 市 108 人

(2)

ア 範囲は A 組が 10 以上 30 未満，B 組が 5 以上 35 未満で，A 組の方が B 組より範囲は小さく，**正しい**.

イ A 組の最頻値は 15〜20 の階級値．よって

$$\frac{15+20}{2} = 17.5$$

B 組の最頻値は 20〜25 の階級値．よって

$$\frac{20+25}{2} = 22.5$$

したがって，A 国の最頻値は B 組より小さく，**正しい**.

ウ 中央値は下から 13 番目の度数が入っている階級の階級値．A 組の中央値は 15 から 20 の階級値で 17.5．B 組の中央値は 20〜25 の階級値で 22.5．よって中央値は B 組の方が大きく，**誤り**.

エ A 組は

$$7 + 4 = 11 \text{ 人}$$

B 組は

$$7 + 5 + 1 = 13 \text{ 人}$$

で，B 組の方が A 組より多く，**誤り**.

3

(1)

① 点 A は関数㋐上の点なので，㋐の式に $x = 3$, $y = 4$ を代入して

$$4 = \frac{a}{3}$$

$$\therefore a = 12$$

よって

$$㋐ : y = \frac{12}{x}$$

$x=-6,\ y=p$ を代入して

$$p=\frac{12}{-6}$$
$$=-2$$

Ans. $a=12,\ p=-2$

②

$$A(3,4)$$
$$B(-6,-2)$$

直線の式を

$$y=bx+c$$

とすると，A を通るので

$$4=3b+c \qquad \cdots\cdots ㋑$$

B を通るので

$$-2=-6b+c \qquad \cdots\cdots ㋒$$

㋑，㋒を連立して解いて

$$\begin{cases} b=\dfrac{2}{3} \\ c=2 \end{cases}$$

よって求める直線の式は

$$y=\frac{2}{3}x+2$$

Ans. $y=\dfrac{2}{3}x+2$

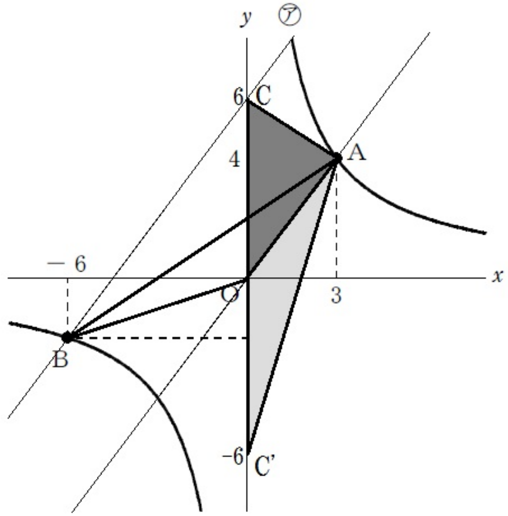
③

直線 OA の式は

$$y=\frac{4}{3}x$$

等積変形により OA に並行で点 B を通る直線上の点と，O, A を結ぶ三角形の面積は △OAB の面積に等しい．よってこの直線を

$$y=\frac{4}{3}x+d$$



とすると，$x=-6,\ y=-2$ を代入して

$$-2=\frac{4}{3}\times(-6)+d$$
$$-2=-8+d$$
$$\therefore d=6$$

よって

$$y=\frac{4}{3}x+6$$

点 C は y 軸上の点なので，$C(0,6)$ のとき $\triangle OAC=\triangle OAB$．また，OC を底辺と見たとき，点 C の O に関して対称な点を C' とすれば $C'(0,-6)$ で，このとき $\triangle OAC'=\triangle OAC=\triangle OAB$．以上より

$$C(0,6),\ (0,-6)$$

Ans. $y=6,\ -6$

(2)

①

$$
\begin{aligned}
\text{変化の割合} &= \frac{-\frac{1}{2}\times 3^2-\left(-\frac{1}{2}\times 1^2\right)}{3-1}\\
&= \frac{-\frac{9}{2}+\frac{1}{2}}{2} = \frac{-4}{2}\\
&= -2
\end{aligned}
$$

Ans. -2

別解)

$$
\begin{aligned}
\text{変化の割合} &= -\frac{1}{2}(3+1) = -\frac{1}{2}\times 4\\
&= -2
\end{aligned}
$$

補足

2 次関数 $y=ax^2$ で x の値が p から q まで増加するときの変化の割合

$$
\begin{aligned}
\frac{aq^2-ap^2}{q-p} = \frac{a\left(q^2-p^2\right)}{q-p} &= \frac{a(q+p)(q-p)}{q-p}\\
&= a(q+p)
\end{aligned}
$$

②

点 A の x 座標を p とすると

$$\mathrm{A}\left(p,\ -\frac{1}{2}p^2\right)$$

$$\mathrm{B}\left(-p,\ -\frac{1}{2}p^2\right)$$

$$\mathrm{C}\left(p,\ p^2\right)$$

直線 BC の傾きが 1 のとき BA $=$ CA.

$$
\begin{aligned}
\mathrm{BA} &= p-(-p)\\
&= 2p\\
\mathrm{CA} &= p^2-\left(-\frac{1}{2}p^2\right)\\
&= \frac{3}{2}p^2
\end{aligned}
$$

よって

$$
\begin{aligned}
2p &= \frac{3}{2}p^2\\
2 &= \frac{3}{2}p\\
\therefore\ p &= 2\times\frac{2}{3}\\
&= \frac{4}{3}
\end{aligned}
$$

点 A は関数 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 上の点なので，A の y 座標は

$$
\begin{aligned}
y &= -\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}\right)^2\\
&= -\frac{1}{2}\times\frac{16}{9}\\
&= -\frac{8}{9}
\end{aligned}
$$

したがって A の座標は

$$\mathrm{A}\left(\frac{4}{3}, -\frac{8}{9}\right)$$

Ans. A$\left(\frac{4}{3}, -\frac{8}{9}\right)$

$\boxed{4}$

(1)

1 辺に n 個の○が並ぶとき，○の個数は

$$(n-1)\times 4 = 4(n-1)\ \text{個}$$

①

$n=6$ のとき

$$4(6-1) = 4\times 5$$
$$= 20\ \text{個}$$

②

○が 256 個のとき

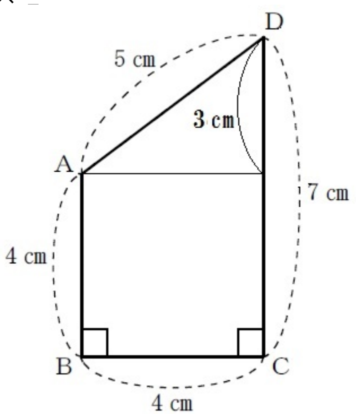
$$4(n-1) = 256$$
$$n-1 = 64$$
$$n = 65\ \text{個}$$

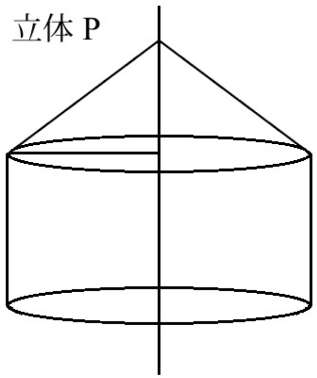
(2)

①

立体 P は円柱と円錐を組み合わせた図形．円錐の側面の面積は

$$\pi\times 5^2\times\frac{2\pi\times 4}{2\pi\times 5} = 25\pi\times\frac{4}{\ }$$
$$= 20\pi$$





円柱の側面の面積は

$$(2\pi\times 4)\times 4 = 32\pi$$

円柱の底面の面積は

$$\pi\times 4^2 = 16\pi$$

以上より P の表面積は

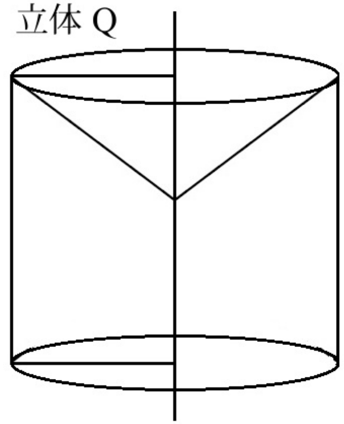
$$20\pi + 32\pi + 16\pi = 68\pi$$

Ans. $68\pi\ \text{cm}^2$

②

立体 P の体積を V_{P}，立体 Q の体積を V_{Q} とする．

$$V_{\mathrm{P}} = \left(\pi\times 4^2\right)\times 4 + \frac{1}{3}\left(\pi\times 4^2\right)\times 3$$
$$= 64\pi + 16\pi$$
$$= 80\pi\ \text{cm}^3$$
$$V_{\mathrm{Q}} = \left(\pi\times 4^2\right)\times 7 - \frac{1}{3}\left(\pi\times 4^2\right)\times 3$$
$$= 112\pi - 16\pi$$
$$= 96\pi\ \text{cm}^3$$



よって

$$\frac{V_{\mathrm{P}}}{V_{\mathrm{Q}}} = \frac{80\pi}{96\pi}$$
$$= \frac{5}{6}$$

(解答中の単位は省略した．)

Ans. $\frac{5}{6}$

$\boxed{5}$

(1)

△DHE と △FHC において

$\angle\mathrm{DHE} = \angle\mathrm{CHF}$　　(対頂角)　　　　······①

DE // BC より DE // CF．よって錯角より

$\angle\mathrm{HDE} = \angle\mathrm{HFC}$ ……②

$\angle\mathrm{HED} = \angle\mathrm{HCF}$ ……③

$\mathrm{DE} = a$ とすると，$\mathrm{AD} : \mathrm{DB} = 1 : 2$ より $\mathrm{AD} : \mathrm{AB} = 1 : 3$．したがって $\triangle\mathrm{ADE} \backsim \triangle\mathrm{ABC}$（$\mathrm{DE} \parallel \mathrm{BC}$）で相似比は $1 : 3$．よって

$$\mathrm{BC} = 3a$$

$\mathrm{BC} : \mathrm{CF} = 3 : 1$ より

$$\mathrm{CF} = \frac{1}{3}\mathrm{BC} = \frac{1}{3} \times 3a$$
$$= a$$

ゆえに

$\mathrm{DE} = \mathrm{FC}$ ……④

②，③，④より 1 辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle\mathrm{DHE} \equiv \triangle\mathrm{FHC}$$

Q.E.D.

(2)

$$\mathrm{DE} : \mathrm{BF} = a : (1+3)a$$
$$= a : 4a$$
$$= 1 : 4$$

よって $\triangle\mathrm{DEG} \backsim \triangle\mathrm{FBG}$ で，相似比は $1 : 4$．ゆえに

$$\mathrm{DG} : \mathrm{GF} = 1 : 4$$
$$= 2 : 8$$

また

$$\mathrm{DH} : \mathrm{HF} = 1 : 1$$
$$= 5 : 5$$

よって

$$\mathrm{DG} : \mathrm{GH} = 2 : (8-5)$$
$$= 2 : 3$$

(3)

$\triangle\mathrm{DEI} \backsim \triangle\mathrm{CBI}$ で

$$\mathrm{DE} : \mathrm{BC} = a : 3a$$
$$= 1 : 3$$

よって相似比は $1 : 3$．ゆえに

$$\mathrm{EI} : \mathrm{IB} = 1 : 3$$
$$= 5 : 15$$

また

$$\mathrm{EG} : \mathrm{GB} = \mathrm{DE} : \mathrm{BF}$$
$$= 1 : 4$$
$$= 4 : 16$$

よって

$$\mathrm{EG} : \mathrm{EI} = 4 : 5$$

$\triangle\mathrm{EIC}$ の面積を S とすると，$\triangle\mathrm{EGH}$ の面積は

$$S \times \frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = \frac{2}{5}S$$

一方，四角形 CHGI の面積は

$$S - \triangle\mathrm{EGH} = S - \frac{2}{5}S$$
$$= \frac{3}{5}S$$

よって求める比は

$$\frac{3}{5}S : \frac{2}{5}S = 3 : 2$$

作成：松田 一真（K's Massenburg Lab）
http://k-m-l.jp