平成 25 年度前期選抜学力検査　詳解

$\boxed{1}$

(1)

$$5+3\times(-4)=5-12$$
$$=-7$$

(2)

$$\frac{6}{5}\div\left(-\frac{9}{10}\right)=-\frac{6}{5}\times\frac{10}{9}$$
$$=-\frac{4}{3}$$

(3)

$$-2(3x-7)+3(4x-5)=-6x+14+12x-15$$
$$=6x-1$$

(4)

$$m=\frac{a-b}{2}$$
$$2m=a-b$$
$$a=2m+b$$

(5)

$$\sqrt{50}-\frac{6}{\sqrt{2}}-3\sqrt{18}=5\sqrt{2}-\frac{6\sqrt{2}}{2}-3\times3\sqrt{2}$$
$$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}-9\sqrt{2}$$
$$=-7\sqrt{2}$$

(6)

$$ax^2-9ax-36a=a\left(x^2-9x-36\right)$$
$$=a(x-12)(x+3)$$

(7)

階級			階級値	度数
以上		未満		
0	～	10	5	3
10	～	20	15	x
20	～	30	25	6
30	～	40	35	y
計				22

度数について

$$3+x+6+y=22$$
$$\therefore x+y=13 \qquad \cdots\cdots(ア)$$

平均について {(階級値) × (度数)} の合計 = (平均) × (全体の度数) より

$$5\times3+15\times x+25\times6+35\times y=20\times22$$
$$\therefore 5(3+3x+5\times6+7y)=5(4\times22)$$
$$\therefore 3+3x+30+7y=88$$
$$3x+7y=55 \qquad \cdots\cdots(イ)$$

(イ) − (ア) × 3 より

$$\begin{array}{rrcr} & 3x+7y & = & 55 \\ -) & 3x+3y & = & 39 \\ \hline & 4y & = & 16 \\ & y & = & 6 \end{array}$$

(ア) より

$x+4=13$

$\therefore x=13-4$

$=9$

$\therefore$ ① ：9　，　② ：4

(8)

A と B の相似比は

$\sqrt{9}:\sqrt{16}=3:4$

よって体積比は

$3^3:4^3=27:64$

B の体積を b cm^3 とすると

$a:b=27:64$

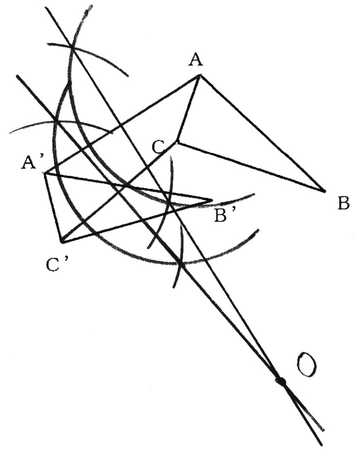
$27b=64a$

$\therefore b=\frac{64}{27}a$

$\therefore \frac{64}{27}a$ cm^3

(9)

線分 AA′，BB′，CC′ のうち，2 組の垂直二等分線の交点を O とすればよい．



2

(1)

もっとも小さい整数を x とすると

中央の整数は $\boxed{x+1}$，もっとも大きい整数は $\boxed{x+2}$ と表される．

方程式をつくると $\boxed{x^2+(x+2)^2=9(x+1)-2}$

これを解くと $x=\boxed{-\frac{1}{2}}$，$\boxed{3}$

x は整数だからこの 2 つの解のうち $x=\boxed{-\frac{1}{2}}$ は<問　題>にあわない．

よって連続する 3 つの整数は $\boxed{3,\ 4,\ 5}$ である．

① : $x+1$

② : $x+2$

③ : $x^2+(x+2)^2=9(x+1)-2$

④ : $-\frac{1}{2}$

⑤ : 3

⑥ : 3, 4, 5

(2)

連続する 3 つの整数がある.

中央の整数ともっとも大きい整数の積がもっとも小さい整数の 6 倍に等しくなる.

このとき，この連続する 3 つの整数を求めなさい.

$\boxed{3}$

(1)

①

$$y=ax^2 \quad \cdots\cdots ㋐$$

$$y=\frac{12}{x} \quad \cdots\cdots ㋑$$

P は㋑のグラフ上にあるので，㋑の式に $x=3$ を代入して

$$y=\frac{12}{3}$$
$$=4$$

よって $P(3,4)$.

㋐が P を通るので

$$4=3a$$

$$\therefore a=\frac{4}{3}$$

②

㋑について,

$x=2$ のとき

$$y=\frac{12}{2}=6$$

$x=5$ のとき

$$y=\frac{12}{5}$$

$$\therefore \frac{12}{5} \leqq y \leqq 6$$

(2)

①

$$y=ax^2 \quad \cdots\cdots ㋐$$

$B(8,8)$ が㋐のグラフの上にあるので

$$8=a\times 8^2$$

$$\therefore a=\frac{1}{8}$$

よって㋐は

$$y=\frac{1}{8}x^2 \quad \cdots\cdots ㋐'$$

A が㋐のグラフの上にあるので，㋐$'$ の式に $x=-4$ を代入して

$$y=\frac{1}{8}\times(-4)^2$$
$$=2$$

$\therefore$ A$(-4,2)$

$\therefore\quad a\quad:\quad\frac{1}{8}$

$\quad\quad p\quad:\quad 2$

②

A$(-4,2)$

B$(8,8)$

C$\left(c,\frac{1}{8}c^2\right)$

D$(0,d)$

とおくと，線分 AC，DB がそれぞれの中点で交わるのでその点を M とする．

AC の中点より

$$\mathrm{M}\left(\frac{-4+c}{2},\frac{2+\frac{1}{8}c^2}{2}\right)$$

DB の中点より

$$\mathrm{M}\left(\frac{0+8}{2},\frac{d+8}{2}\right)$$

よって

$$\begin{cases}\dfrac{-4+c}{2}=\dfrac{8}{2}\\[2ex]\dfrac{2+\frac{1}{8}c^2}{2}=\dfrac{d+8}{2}\end{cases}\qquad\therefore\begin{cases}-4+c=8 & \cdots\cdots(☆)\\2+\dfrac{1}{8}c^2=d+8 & \cdots\cdots(★)\end{cases}$$

(☆) より

$$c=8+4$$
$$=12$$

(★) より

$$2+\frac{1}{8}\times 12^2=d+8$$
$$2+18=d+8$$
$$d=12$$

$\therefore$ D$(0,12)$

③

M$(4,10)$

求める直線は M と E を通るので $y=ex+f$ とおくと，

M を通るので

$$10=4e+f\qquad\cdots\cdots(\flat)$$

E$(8,0)$ を通るので

$$0=8e+f\qquad\cdots\cdots(\sharp)$$

$(\flat)-(\sharp)$ より

$$\begin{array}{rrcl} & 0 & = & 8e+f\\ -) & 10 & = & 4e+f\\ \hline & -10 & = & 4e\\ & e & = & -\dfrac{5}{2}\end{array}$$

$(\flat)$ より

$$0=-20+f$$
$$f=20$$

$$\therefore y=-\frac{5}{2}x+20$$

$\boxed{4}$

(1)

①

$$\frac{1}{2}\times 5\times 3=\frac{15}{2}\ \ \mathrm{cm}^2$$

②

$a\times b=12$ となる組合せを考える.

$$(a,b)=(6,2),\ (4,3),\ (3,4),\ (2,6)$$

よって 4 通り.

(2)

①

$$\frac{1}{2}\times 8\times 8=\frac{64}{2}$$
$$=32\ \ \mathrm{cm}^2$$

②

$a=b$ となる組合せを考える.

$$(a,b)=(1,1),\ (2,2),\ (3,3),\ (4,4),\ (5,5),\ (6,6)$$

よって 6 通り.

③

i) $a=b$ のとき

6 通り

ii) $a=4$ のとき

6 通り

iii) $b=4$ のとき

6 通り

iv) $a=8-b$ のとき

$b=8-a$ で, $y=8-x$ を対称の軸とする等脚台形になる.

$$(a,b)=(2,6),\ (3,5),\ (4,4),\ (5,3),\ (2,6)$$

の 5 通り

ただし, ii), iii), iv) の中の $(a,b)=(4,4)$ は i) と重複するので, 場合の数は

$$6+(6-1)+(6-1)+(5-1)=6+5+5+45$$
$$=20\ \ 通り$$

よって求める確率は

$$\frac{20}{36}=\frac{5}{9}$$

$\boxed{5}$

(1)

CB $=$ CA, CD $=$ CE より EA $=$ DB. また, DB $=$ FB.

$\triangle$ABE と $\triangle$BCF において

EA $=$ DB より

EA $=$ FB ……(ア)

正三角形の辺と角より

AB $=$ BD ……(イ)

$\angle$EAB $=\angle$FBC $=60^\circ$ ……(ウ)

(ア), (イ), (ウ) より, 2 辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABE \equiv \triangle BCF$

Q.E.D

(2)

①

AB // ED より $\triangle CFB \backsim \triangle CFD$．よって

$$CB : BF = CD : DH$$
$$\therefore (4+6) : 4 = 6 : DH$$
$$10 : 4 = 6 : DH$$
$$10DH = 24$$
$$DH = \frac{12}{5}\ \text{cm}$$

②

$\triangle GBF \backsim \triangle GEH$

$$BF = 4\ \text{cm}$$
$$EH = 6 - \frac{12}{5}$$
$$= \frac{18}{5}\ \text{cm}$$

$$\therefore BG : GE = 4 : \frac{18}{5}$$
$$= 20 : 18$$
$$= 10 : 9$$

③

$$\angle FBG = \angle HEG,$$
$$\angle ABE = \angle BCF$$

よって $\triangle HGE$ と $\triangle HDC$ において

$$\angle HEG = \angle HCD$$
$$\angle GHE = \angle DHC \qquad (\text{対頂角})$$

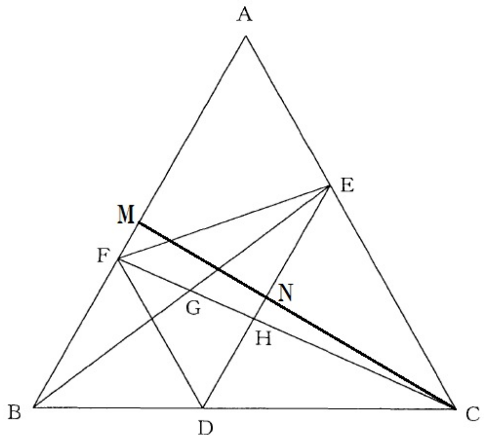
より

$$\triangle HGE \backsim \triangle HDC$$

②をふまえて

$$\triangle GFB \backsim \triangle HDC$$

AB の中点を M とし，CM と ED の交点を N とする．このとき，



$$BM = \frac{1}{2}AB$$
$$= 5\ \text{cm}$$
$$CM = 5 \times \sqrt{3}$$
$$= 5\sqrt{3}\ \text{cm}$$
$$CN = 5\sqrt{3} \times \frac{CD}{CB} = 5\sqrt{3} \times \frac{6}{10}$$
$$= 3\sqrt{3}\ \text{cm}$$
$$DN = \frac{1}{2}ED = \frac{1}{2} \times 6$$
$$= 3\ \text{cm}$$
$$NH = DN - DH = 3 - \frac{12}{5}$$
$$= \frac{3}{5}\ \text{cm}$$

$\angle \mathrm{CNH} = 90^\circ$ より

$$\mathrm{CH} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(3\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25} + 27} = \sqrt{\frac{684}{25}}$$

$$= \frac{6\sqrt{19}}{5}$$

よって求める比は

$$\mathrm{BF}^2 : \mathrm{CH}^2 = 4^2 : \left(\frac{6\sqrt{19}}{5}\right)^2$$

$$= 16 : \frac{36 \times 19}{25}$$

$$= 100 : 171$$

[別解]

$\triangle \mathrm{FBG} \backsim \triangle \mathrm{HCD}$.

$$\mathrm{CM} = 5\sqrt{3}\ \mathrm{cm}$$

$$\begin{aligned}\mathrm{FM} &= \mathrm{BM} - \mathrm{BF} \\ &= 6 - 5 \\ &= 1\ \mathrm{cm}\end{aligned}$$

$\angle \mathrm{CMF} = 90^\circ$ より

$$\begin{aligned}\mathrm{CF} &= \sqrt{\mathrm{CM}^2 + \mathrm{FM}^2} \\ &= \sqrt{\left(5\sqrt{3}\right)^2 + 1^2} \\ &= \sqrt{75 + 1} \\ &= \sqrt{76} \\ &= 2\sqrt{19}\ \mathrm{cm}\end{aligned}$$

(1)より $\mathrm{CF} = \mathrm{BE}$. (2)②より $\mathrm{BE} : \mathrm{BG} = \mathrm{BG} + (\mathrm{BG} + \mathrm{GE}) = 10 : 19$ なので

$$\begin{aligned}\mathrm{BG} &= \mathrm{BE} \times \frac{10}{19} \\ &= 2\sqrt{19} \times \frac{10}{19} \\ &= \frac{20\sqrt{19}}{19}\ \mathrm{cm}\end{aligned}$$

よって

$$\begin{aligned}\triangle \mathrm{FBG} : \triangle \mathrm{HDC} &= \mathrm{BG}^2 : \mathrm{DC}^2 \\ &= \left(\frac{20\sqrt{19}}{19}\right)^2 : 6^2 \\ &= \frac{400 \times 19}{19 \times 19} : 36 \\ &= \frac{100}{19} : 9 \\ &= 100 : 171\end{aligned}$$

総評

1は前期試験としては標準的な内容．(7)で初めて統計に関する問題が出題された．2文章題は(1)は解法を誘導する問題で(2)は与えられた方程式の表す内容が理解できるかを問う内容．出題者の意図を読み取る必要があるので 1 つの文章題でも複数の考え (方程式) から解答を導出できるように対策をしておきたい．3関数は(1)は基本的な内容．(2)は平行四辺形で三重県の入試問題の伝統．今年は等積変形が出題されなかった代わりに③で平行四辺形の対角線の交点の性質をしっかり理解できていないといけない問題が出題された．4確率は関数と絡めてあるのでやや難．特に場合の数をもれなく数えることができるかが問題となる．5図形総合は標準的な内容．最後の問題は恒例の汚い数字になる問題であるが，面積を直接求めるよりそれまでの設問を利用して相似比で求められる．後期試験では面積比より面積の値を求める問題が出題される傾向にあるので両方の解法を確認しておきたい．

作成：松田 一真（K’s Massenburg Lab）
http://k-m-l.jp