

令和6年度前期学力検査 数学 詳解

1

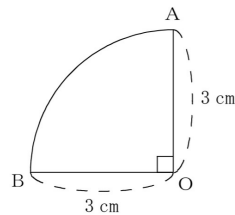
あとの各問いに答えなさい。(20点)

- (1) $-2^2 - 7 \times (-5)$ を計算しなさい。
- (2) $(2x + 7) - (3x - 2)$ を計算しなさい。
- (3) $\sqrt{75} + \frac{9}{\sqrt{27}}$ を計算しなさい。
- (4) 二次方程式 $(x - 2)^2 - 25 = -5(x + 3)$ を解きなさい。
- (5) 50以上60未満の整数のうち、素数をすべて求めなさい。
- (6) y は x の一次関数で、そのグラフが点 $(2, -1)$ を通り、傾き $\frac{3}{2}$ の直線であるとき、この一次関数の式を求めなさい。
- (7) $a = 2$ 、 $b = -\frac{7}{9}$ のとき、 $54ab^2 \div 4b \times 2a$ の式の値を求めなさい。

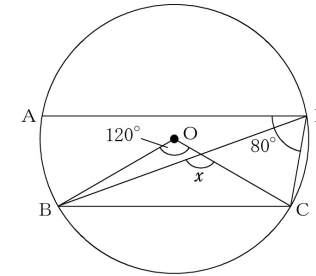
(8) 右の図のように、半径3 cm、 $\angle AOB = 90^\circ$

のおうぎ形OABがある。おうぎ形OABを、直線AOを軸として1回転させてできる立体の表面積を求めなさい。

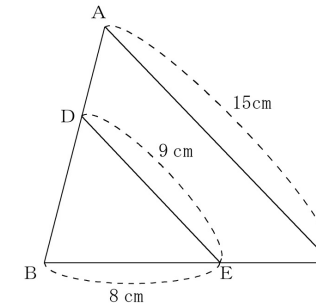
ただし、円周率は π とする。



(9) 次の図のように、円Oの周上に4点A, B, C, Dがある。 $\angle ADC = 80^\circ$ 、 $\angle BOC = 120^\circ$ 、 $AD \parallel BC$ のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。

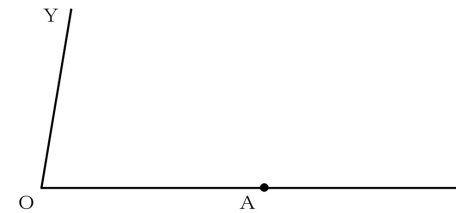


(10) 次の図のように、 $\triangle ABC$ の辺AB上に点D、辺BC上に点Eがある。 $AC = 15$ cm、 $DE = 9$ cm、 $BE = 8$ cm、 $AC \parallel DE$ のとき、ECの長さを求めなさい。



(11) 次の図で、線分OX上に点Aがあり、 $\angle XOY = 80^\circ$ であるとき、 $\angle OAP = 90^\circ$ 、 $\angle OPA = 50^\circ$ となる $\triangle OAP$ を1つ、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



解答

$$(1) \quad -2^2 - 7 \times (-5) = -4 + 35 \\ = 31$$

$$(2) \quad (2x + 7) - (3x - 2) = 2x + 7 - 3x + 2 = 2x - 3x + 7 + 2 \\ = -x + 9$$

$$(3) \quad \sqrt{75} + \frac{9}{\sqrt{27}} = 5\sqrt{3} + \frac{9\sqrt{27}}{27} = 5\sqrt{3} + \frac{9 \times 3\sqrt{3}}{27} = 5\sqrt{3} + \frac{27\sqrt{3}}{27} = 5\sqrt{3} + \sqrt{3} \\ = 6\sqrt{3}$$

$$(4) \quad (x - 2)^2 - 25 = -5(x + 3) \\ x^2 - 4x + 4 - 25 = -5x - 15 \\ x^2 + x - 6 = 0 \\ (x + 3)(x - 2) = 0 \\ x = -3, 2$$

(5) 素数 2, 3, 5, 7, 11, 13... に対し, $7^2 = 49$, $11^2 = 121$ より 60 未満の素数は 11 までの素数で割り切れない 1 以外の整数である. 2 以外の偶数の素数は無いので, 50 以上 60 未満の整数で残るのは

$$51, 53, 55, 57, 59$$

3 で割り切れるものは 51, 57, 5 で割り切れるものは 55, 7 で割り切れるものは上の中に無く, 11 で割り切れるものは 55. 残ったものが素数であるから **53, 59**.

(6) 傾きが $\frac{3}{2}$ の一次関数であるから $y = \frac{3}{2}x + b$ と書ける. これが $(x, y) = (2, -1)$ を通ることより

$$-1 = \frac{3}{2} \times 2 + b$$

$$-1 = 3 + b$$

$$b = -4$$

$$\text{よって } y = \frac{3}{2}x - 4.$$

$$(7) \quad 54ab^2 \div 4b \times 2a = \frac{54ab^2 \times 2a}{4b} \\ = 27a^2b$$

$$a = 2, b = -\frac{7}{9} \text{ のとき}$$

$$27a^2b = 27 \times 2^2 \times \left(-\frac{7}{9}\right) = -3 \times 4 \times 7 \\ = -84$$

(8) 立体は半径が 3 cm の半球になる.

曲面部分の面積は

$$4 \times \pi \times 3^2 \times \frac{1}{2} = 18\pi \text{ cm}^2$$

平面部分の面積は

$$\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$$

よって表面積は

$$18\pi + 9\pi = 27\pi \text{ cm}^2$$

$$(9) \quad \angle OBC = \angle OCB = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) \\ = 30^\circ$$

弧 BC に対する中心角と円周角の関係より

$$\angle BDC = \frac{1}{2} \angle BOC = \frac{1}{2} \times 120^\circ = 60^\circ$$

よって

$$\angle ADB = 80^\circ - \angle BDC = 80^\circ - 60^\circ = 20^\circ$$

AD // BC より錯角の関係から

$$\angle DBC = \angle ADB = 20^\circ$$

以上より

$$\begin{aligned} \angle x &= 180^\circ - (\angle OCB + \angle DBC) = 180^\circ - (30^\circ + 20^\circ) \\ &= 130^\circ \end{aligned}$$

(10) $BE : ED = BC : CA$

$$8 : 9 = BC : 15$$

$$9BC = 120$$

$$BC = \frac{120}{9} = \frac{40}{3}$$

$EC = BC - BE$ より

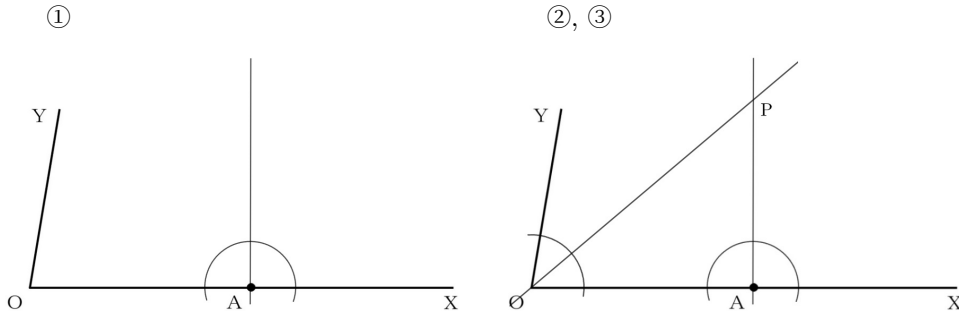
$$\begin{aligned} EC &= \frac{40}{3} - 8 = \frac{40}{3} - \frac{24}{3} \\ &= \frac{16}{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

(11) $\angle OAP = 90^\circ$, $\angle OPA = 50^\circ$ のとき $\angle POA = 40^\circ$.

① : A を通る OX の垂線を作図する.

② : $\angle XOY = 80^\circ$ であるから $\angle XOY$ の角の二等分線を作図する.

③ : ①, ②の交点を P とする.



2

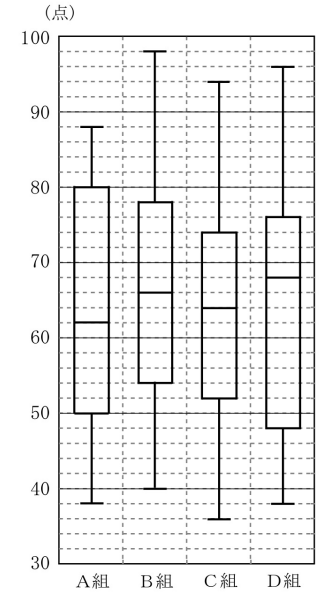
右の図は、A組、B組、C組、D組のそれぞれ31人の生徒が受けた、100点満点の数学のテスト結果を、箱ひげ図に表したものである。

このとき、あとの各問いについて、右の箱ひげ図から読みとり答えなさい。

ただし、得点は整数とする。(6点)

- (1) 中央値が最も大きい組の、中央値を求めなさい。
- (2) 四分位範囲が最も小さい組の、第1四分位数を求めなさい。
- (3) 80点以上の生徒の人数が最も多い組はどれか、次のア～エから最も適切なものを1つ選び、その記号を書きなさい。

- | | |
|-------|-------|
| ア. A組 | イ. B組 |
| ウ. C組 | エ. D組 |



解答

(1) 箱ひげ図より D 組で、D 組の中央値は **68** 点。

(2) (四分位範囲) = (第3四分位数) - (第1四分位数) で

- A 組 : $80 - 50 = 30$
- B 組 : $78 - 54 = 24$
- C 組 : $74 - 52 = 22$
- D 組 : $76 - 48 = 28$

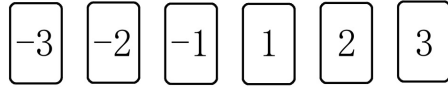
であるから、C 組の四分位範囲が最も小さく、C 組の第1四分位数は **52** 点である。

(3) 各組 31 人いるので、第3四分位数より上の人は 7 人いる。すなわち、箱ひげ図の箱より上の最大値までの範囲に 7 人入る。

A組のみ箱の上部が80点にかかっていて第3四分位数が80点なので80点以上の生徒が8人以上いる。他の組は80点以上は7人以下である。したがって、ア. A組.

3

次の図のように、 $-3, -2, -1, 1, 2, 3$ の数が1つずつ書かれた6枚のカードがある。
このカードをよくきり、同時に2枚のカードをひくとき、あとの各問いに答えなさい。
ただし、どのカードをひくことも同様に確からしいものとする。(4点)



- (1) ひいた2枚のカードに書かれた数の積が、正の数となる確率を求めなさい。
- (2) ひいた2枚のカードに書かれた数の和が、その2枚のカードに書かれた数の積より大きくなる確率を求めなさい。

解答

全ての場合の数は

- $(-3, -2), (-3, -1), (-3, 1), (-3, 2), (-3, 3),$
- $(-2, -1), (-2, 1), (-2, 2), (-2, 3),$
- $(-1, 1), (-1, 2), (-1, 3),$
- $(1, 2), (1, 3),$
- $(2, 3)$

の15通りある。

(1) 2枚のカードに書かれた数の積が正の数となるのは

- $(-3, -2), (-3, -1),$
- $(-2, -1),$
- $(1, 2), (1, 3),$
- $(2, 3)$

の6通り。よって求める確率は $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$ 。

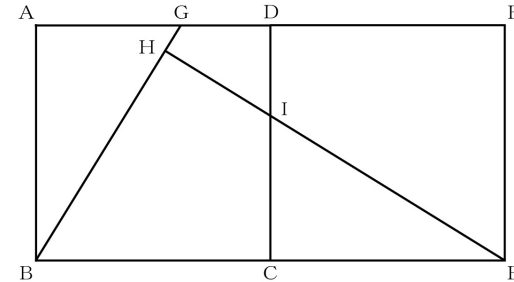
(2) 2枚のカードに書かれた数の和がそれらの数の積より大きくなるのは、正の数と負の数のカードの組み合わせと1と他の自然数の組合せである。よって

- $(1, -3), (1, -2), (1, -1),$
- $(2, -3), (2, -2), (2, -1),$
- $(3, -3), (3, -2), (3, -1),$
- $(1, 2), (1, 3)$

の11通りある。よって求める確率は $\frac{11}{15}$ 。

4

次の図のように、線分CDが共通である2つの正方形ABCD, DCEFがある。線分AD上に点Gをとり、線分BGをひく。点Eから線分BGに垂線をひき、線分BGとの交点をHとする。また、線分EHと線分CDの交点をIとする。
このとき、あとの各問いに答えなさい。
ただし、点Aは点Fと異なる点、点Gは点A, Dと異なる点とする。
また、点B, C, Eは同一直線上にある。(6点)



- (1) $\triangle ABG \equiv \triangle CEI$ であることを証明しなさい。
- (2) $AB = 4 \text{ cm}$, $\triangle GBI$ の面積が 5 cm^2 のとき、線分DIの長さを求めなさい。
なお、答えに $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

【解答】

(1) <証明> $\triangle ABG$ と $\triangle CEI$ で、仮定より

$$AB = CE \quad \dots\dots ①$$

また

$$\angle GAB = \angle ICE (= 90^\circ) \quad \dots\dots ②$$

$\angle ABC$ で

$$\angle ABG = 90^\circ - \angle HBE \quad \dots\dots ③$$

$\triangle HEB$ で $GB \perp EH$ より

$$\angle BEH = 90^\circ - \angle HBE$$

すなわち

$$\angle CEI = 90^\circ - \angle HBE \quad \dots\dots ④$$

③, ④より

$$\angle ABG = \angle CEI \quad \dots\dots ⑤$$

①, ②, ⑤より, 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABG \equiv \triangle CEI$.

(2) $DI = x$ cm とすると $IC = (4 - x)$ cm. また $DG = x$ cm, $GA = (4 - x)$ cm. このとき $\triangle ABG = \frac{1}{2} \times 4 \times (4 - x) = 2(4 - x)$ cm², $\triangle DIG = \frac{1}{2} \times x \times x = \frac{1}{2}x^2$ cm². また $\triangle CBI \equiv \triangle CEI$ (証明略) であるから $\triangle CBI \equiv \triangle ABG$.

四角形 ABCD の面積は $4 \times 4 = 16$ cm² であるから

$$\triangle ABG + \triangle CBI + \triangle GBI + \triangle DIG = \text{四角形 ABCD}$$

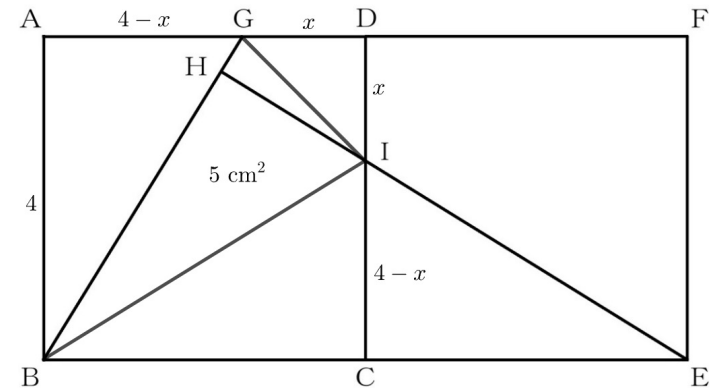
$$2(4 - x) \times 2 + 5 + \frac{1}{2}x^2 = 16$$

$$\frac{1}{2}x^2 - 4x + 5 = 0$$

$$x^2 - 8x + 10 = 0$$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 40}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{2} = \frac{8 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 4 \pm \sqrt{6}$$

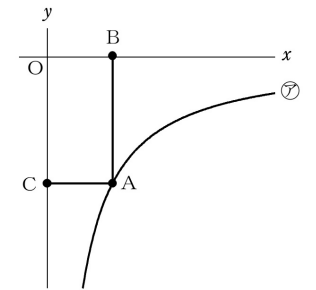
$0 < x < 4$ より $x = (4 - \sqrt{6})$ cm.



【5】

あとの各問いに答えなさい。(8点)

(1) 右の図のように, 関数 $y = -\frac{10}{x}$ ($x > 0$) … ㉞ のグラフ上を動く点Aがある。また, 点Aを通りy軸と平行な直線とx軸の交点をBとし, 点Aを通りx軸と平行な直線とy軸の交点をCとする。

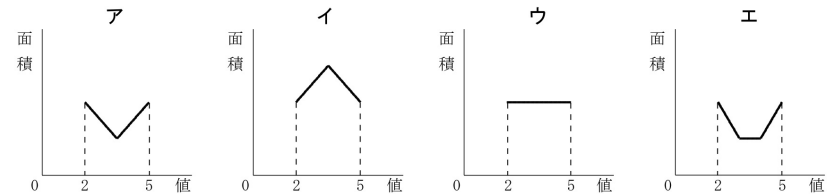


このとき, 次の各問いに答えなさい。

ただし, 原点をOとし, 座標軸の1目もりを1cmとする。

① ㉞について, x の値が2から5まで増加するときの変化の割合を求めなさい。

② $2 \leq x \leq 5$ のとき, 点Aの x 座標の値と四角形OCABの面積の関係を表したグラフが, 次のア～エの中に1つある。そのグラフをア～エから1つ選び, その記号を書きなさい。



(2) 右の図のように、関数 $y = ax^2 \dots \textcircled{ア}$ のグラフ上に点Aがあり、点Aの座標が(4, 4)である。

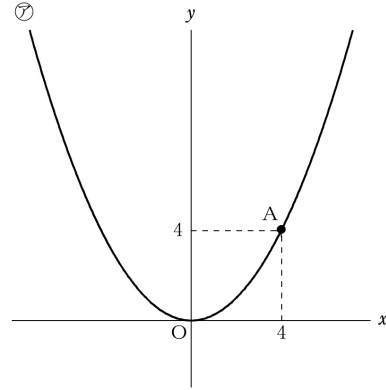
このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、原点をOとする。

① a の値を求めなさい。

② $\textcircled{ア}$ のグラフ上に点Aと異なる点であるBをとり、直線ABと x 軸の交点をCとする。 $\triangle OBC$ の面積と $\triangle OAB$ の面積の比が $2 : 3$ となるとき、点Bの x 座標をすべて求めなさい。

なお、答えの分母に $\sqrt{\quad}$ がふくまれるときは、分母を有理化しなさい。また、 $\sqrt{\quad}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。



解答

(1) ① $x = 2$ のとき $y = -\frac{10}{2} = -5$, $x = 5$ のとき $y = -\frac{10}{5} = -2$. よって変化の割合は

$$\frac{-2 - (-5)}{5 - 2} = \frac{-2 + 5}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

② 四角形 OCAB の面積を S とすると、 y は負の値なので

$$S = x \times (-y) = -xy = -x \times \left(-\frac{10}{x}\right) = 10$$

となり S は一定の値をとる. よってグラフは ウ.

(2) ① $y = ax^2$ のグラフが $A(4, 4)$ を通ることより

$$4 = a \times 4^2$$

$$4 = 16a$$

$$a = \frac{1}{4}$$

② $\textcircled{ア}$ のグラフ上の点 B の座標を $B\left(b, \frac{1}{4}b^2\right)$ とする.

直線 AB の方程式を $y = cx + d$ とすると、A を通ることより

$$4 = 4c + d \quad \dots\dots \textcircled{a}$$

B を通ることより

$$\frac{1}{4}b^2 = bc + d \quad \dots\dots \textcircled{b}$$

① - ② より

$$4 = 4c + d$$

$$-) \quad \frac{1}{4}b^2 = bc + d$$

$$4 - \frac{1}{4}b^2 = (4 - b)c$$

よって

$$\frac{1}{4}(16 - b^2) = (4 - b)c$$

$$\frac{1}{4}(4 + b)(4 - b) = (4 - b)c$$

$$c = \frac{1}{4}(4 + b)$$

① より

$$4 = 4 \left\{ \frac{1}{4}(4 + b) \right\} + d$$

$$4 = 4 + b + d$$

$$0 = b + d$$

$$d = -b$$

よって

$$AB : y = \frac{1}{4}(4 + b)x - b$$

となる.

ABの x 軸との交点の x 座標は上式に $y=0$ を代入して

$$0 = \frac{1}{4}(4+b)x - b$$

$$\frac{1}{4}(4+b)x = b$$

$$(4+b)x = 4b$$

$$x = \frac{4b}{4+b}$$

したがってCの座標は $C\left(\frac{4b}{4+b}, 0\right)$ となる.

$\triangle OBC$ の面積と $\triangle OAB$ の面積の比はCとBの x 座標(= b)との距離と、Bの x 座標とAの x 座標(= 4)との距離の比に等しいから

$$\left(b - \frac{4b}{4+b}\right) : (4-b) = 2 : 3$$

$$2(4-b) = 3\left(b - \frac{4b}{4+b}\right)$$

$$8 - 2b = 3b - \frac{12b}{4+b}$$

$$8 - 5b + \frac{12b}{4+b} = 0$$

$$(4+b)(8-5b) + 12b = 0$$

$$32 - 20b + 8b - 5b^2 + 12b = 0$$

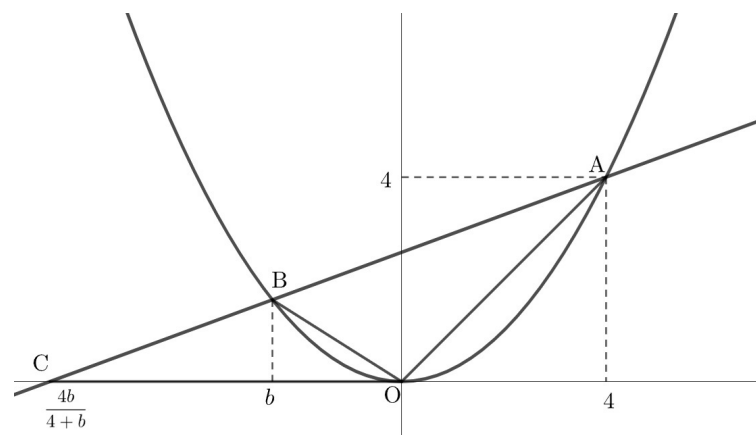
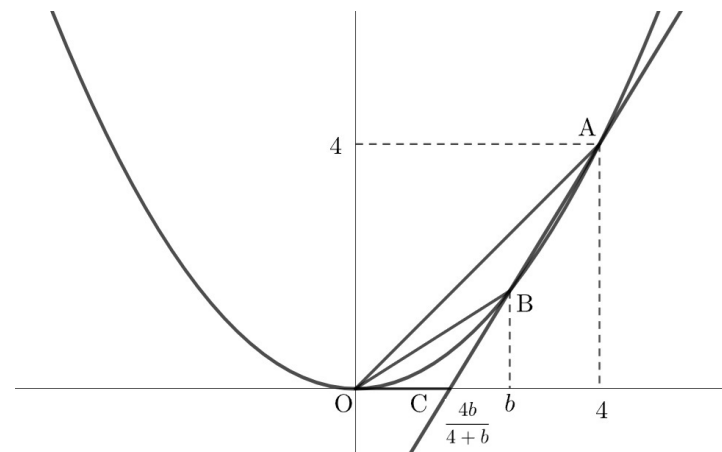
$$-5b^2 + 32 = 0$$

$$5b^2 = 32$$

$$b^2 = \frac{32}{5}$$

$$b = \pm \sqrt{\frac{32}{5}} = \pm \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$$

$$= \pm \frac{4\sqrt{10}}{5}$$



6

P店では、1個100円のおまんこ、1個140円の肉まんを販売している。ある1日の販売個数を調べると、おまんこは260個、肉まんは250個であった。また、代金と、その代金を支払った人数を調べると下の表のようになった。

このとき、あとの各問いに答えなさい。

ただし、おつりがないように代金を支払ったものとする。(6点)

表

代金(円)	100	140	200	240	280	300	340	380	420
支払った人数(人)	40	33	20	50	15	10	(I)	(II)	10

(1) 次の [] は、表の [] の部分からわかることをまとめたものである。

代金420円は、(A) の代金のことであり、その代金を支払った人数が10人であることから、(B) が販売されたことがわかる。

① 上の (A) にあてはまることからはどれか、次のア～エから最も適切なものを1つ選び、その記号を書きなさい。

- ア. おまんこ3個 イ. おまんこ2個と肉まん1個
- ウ. おまんこ1個と肉まん2個 エ. 肉まん3個

② 上の (B) にあてはまることからはどれか、次のア～エから最も適切なものを1つ選び、その記号を書きなさい。

- ア. おまんこ30個 イ. おまんこ20個と肉まん10個
- ウ. おまんこ10個と肉まん20個 エ. 肉まん30個

(2) 次の [] は、表の (I) , (II) にあてはまる数を求めるために、連立方程式に表したものである。

代金340円を支払った人数を x 人、代金380円を支払った人数を y 人とするとき、

$$\begin{cases} 2x + y + (C) = 260 \\ x + 2y + (D) = 250 \end{cases}$$

と表すことができる。

① 上の (C) , (D) に、それぞれあてはまる適切な数を書き入れなさい。

② 表の (I) , (II) に、それぞれあてはまる適切な数を書き入れなさい。

解答

(1) ① $420 = 140 \times 3$ よりエ.

② $3 \times 10 = 30$ よりエ.

(2) ①

$$340 = 200 + 140 = 100 \times 2 + 140$$

$$380 = 100 + 280 = 100 + 140 \times 2$$

おまんこが n 個売れたことを $A \times n$ 、肉まんが m 個売れたことを $B \times m$ のように表すと、

	$A \times 40$	$B \times 33$	$A \times 40$	$A \times 50 + B \times 50$	$B \times 30$	$A \times 30$
代金(円)	100	140	200	240	280	300
支払った人数(人)	40	33	20	50	15	10

	$A \times 2x + B \times x$	$A \times y + B \times 2y$	$B \times 30$
	340	380	420
	x	y	10

表より

$$\begin{aligned} & A \times 40 + B \times 33 + A \times 40 + A \times 50 + B \times 50 + B \times 30 + A \times 30 \\ & + A \times 2x + B \times x + A \times y + B \times 2y + B \times 30 \\ & = A(40 + 40 + 50 + 30 + 2x + y) + B(33 + 50 + 30 + x + 2y + 30) \\ & = A(2x + y + 160) + B(x + 2y + 143) \end{aligned}$$

よって連立方程式

$$\begin{cases} 2x + y + 160 = 260 & \cdots \cdots \text{①} \\ x + 2y + 143 = 250 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

を立てることができる。ゆえに、(C) : 160, (D) : 143.

② ①, ②より

$$\begin{cases} 2x + y = 100 & \cdots \cdots \text{①}' \\ x + 2y = 107 & \cdots \cdots \text{②}' \end{cases}$$

①' $\times 2$ - ②' より

$$\begin{array}{r} 4x + 2y = 200 \\ -) \quad x + 2y = 107 \\ \hline 3x \quad \quad = 93 \\ x \quad \quad \quad = 31 \end{array}$$

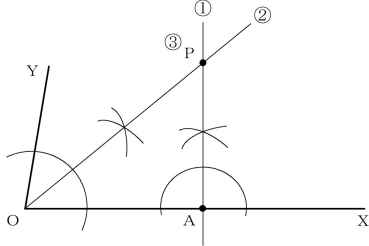
①より

$$\begin{aligned} y &= -2x + 100 = -62 + 100 \\ &= 38 \end{aligned}$$

よって, (I) : 31, (II) : 38.

(数学) 前期選抜採点基準

「採点基準」で処理できない場合は、各校の統一見解で採点されたい。

問題	配点	正答例	備考
1	(1)	1点	31
	(2)	1点	$-x + 9$
	(3)	2点	$6\sqrt{3}$
	(4)	2点	$x = -3, 2$
	(5)	2点	53, 59
	(6)	2点	$y = \frac{3}{2}x - 4$
	(7)	2点	-84
	(8)	2点	$27\pi \text{ cm}^2$
	(9)	2点	$\angle x = 130^\circ$
	(10)	2点	$\frac{16}{3} \text{ cm}$
	(11)	2点	 <p>* ①, ②のいずれか1つ示した場合、1点。 * ①, ②, ③すべて示した場合のみ、2点。 * 数学的な推論をもとに、作図されていれよ。</p>
2	(1)	2点	68点
	(2)	2点	52点
	(3)	2点	ア
3	(1)	2点	$\frac{2}{5}$
	(2)	2点	$\frac{11}{15}$

(裏面へ続く)

4	(1)	4点	〈証明〉 $\triangle ABG$ と $\triangle CEI$ において、 仮定より、 $AB = CE$ ① $\angle BAG = \angle ECI = 90^\circ$ ② $\angle ABG = 90^\circ - \angle HBE$ ③ $\triangle BHE$ は直角三角形だから、 $\angle CEI = 90^\circ - \angle HBE$ ④ ③, ④より、 $\angle ABG = \angle CEI$ ⑤ ①, ②, ⑤より、 1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABG \equiv \triangle CEI$	<ul style="list-style-type: none"> ①の証明ができて、1点。 ②の証明ができて、1点。 ⑤の証明ができて、1点。 * 数学的な推論の過程が、的確に表現されていれよ。	
	(2)	2点	$4 - \sqrt{6} \text{ cm}$		
5	(1)	①	2点	1	
		②	2点	ウ	
	(2)	①	2点	$a = \frac{1}{4}$	
		②	2点	$x = \pm \frac{4\sqrt{10}}{5}$	* すべて正答の場合のみ、2点。
6	(1)	①	1点	エ	
		②	1点	エ	
	(2)	① (C)	1点	160	
		(D)	1点	143	
	②	(I)	2点	31	* (I), (II)両方正答の場合のみ、2点。
		(II)		38	
合計		50点			