令和５年度前期学力検査　数学　詳解

1

あとの各問いに答えなさい。（19点）

⑴　$(-6)^2+24\div(-3)$　を計算しなさい。

⑵　$4(2x-1)-6x$　を計算しなさい。

⑶　$30ab\div\dfrac{6}{5}b$　を計算しなさい。

⑷　$\sqrt{18}-\dfrac{4}{\sqrt{8}}$　を計算しなさい。

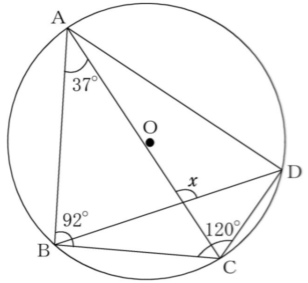
⑸　二次方程式　$(x-6)(x+3)=3(x-9)$　を解きなさい。

⑹　x 個のみかんを，１人に５個ずつ y 人に配ると，みかんが足りなかった。この数量の関係を不等式に表しなさい。

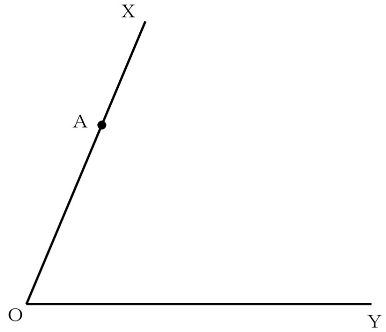
⑺　関数 $y=ax^2$ で，x の値が２から６まで増加するとき，変化の割合が４である。このとき，a の値を求めなさい。

⑻　半径５㎝の球の表面積を求めなさい。
　ただし，円周率は π とする。

⑼　次の図のように，円Ｏの周上に４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄがある。$\angle ABC=92^\circ$，$\angle BAC=37^\circ$，$\angle BCD=120^\circ$ のとき，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



⑽　次の図で，線分ＯＸ上に点Ａがあり，２つの線分ＯＸ，ＯＹまでの距離（きょり）が等しく，$\angle OPA=90^\circ$ となる点Ｐを，定規とコンパスを用いて作図しなさい。
　なお，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



解答

(1)
$$(-6)^2+24\div(-3)=36-\frac{24}{3}=36-8$$
$$=\mathbf{28}$$

(2)
$$4(2x-1)-6x=8x-4-6x=8x-6x-4$$
$$=\boldsymbol{2x-4}$$

(3)
$$30ab\div\frac{6}{5}b=30ab\div\frac{6b}{5}=30ab\times\frac{5}{6b}=5a\times 5$$
$$=\boldsymbol{25a}$$

(4)
$$\sqrt{18}-\frac{4}{\sqrt{8}}=3\sqrt{2}-\frac{4}{2\sqrt{2}}=3\sqrt{2}-\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}-\frac{2\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}$$
$$=3\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}-\sqrt{2}=\boldsymbol{2\sqrt{2}}$$

⑸
$$\begin{aligned}(x-6)(x+3)&=3x-9\\ x^2-3x-18&=3x-9\\ x^2-6x-9&=0\\ (x-3)^2&=0\\ x&=\mathbf{3}\end{aligned}$$

⑹ x 個より y 人に 5 個ずつ配る個数のほうが多い．よって

$$\boldsymbol{x<5y}$$

⑺ $y=ax^2$ の x の値が 2 から 6 まで増加したときの変化の割合は

$$\frac{6^2a-2^2a}{6-2}=\frac{a(6^2-2^2)}{6-2}=\frac{a(36-4)}{4}=\frac{32a}{4}=8a$$

これが 4 に等しいので

$$8a=4$$
$$a=\frac{4}{8}=\boldsymbol{\frac{1}{2}}$$

【変化の割合の公式】

$y=ax^2$ の関数で，x が p から q まで変化するときの変化の割合は

$$\frac{ap^2-aq^2}{p-q}=\frac{a(p^2-q^2)}{p-q}=\frac{a(p+q)\cancel{(p-q)}}{\cancel{p-q}}=a(p+q)$$

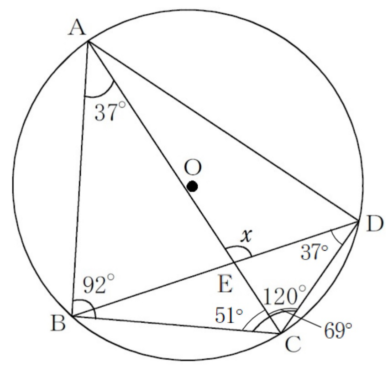
で求めることができる．

⑺にこの公式を用いると，方程式 $a(2+6)=4$ を解けばよいということになる．

⑻ $r=5$，表面積 $S=4\pi r^2$ より

$$\begin{aligned}4\pi\times5^2&=4\pi\times25\\ &=\boldsymbol{100\pi}\ (\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

⑼ AC と BD の交点を E とする．



円周角の定理より

$$\begin{aligned}\angle\mathrm{EDC}&=\angle\mathrm{BDC}=\angle\mathrm{BAC}\\ &=37^\circ\quad\cdots\cdots ①\end{aligned}$$

また △ABC において

$$\angle\mathrm{ACB}=180^\circ-(37^\circ+92^\circ)=51^\circ$$

よって $\angle\mathrm{ECB}=51^\circ$．

これより

$$\angle\mathrm{ECD}=120^\circ-51^\circ=69^\circ\quad\cdots\cdots ②$$

①, ②より，三角形の外角の性質から

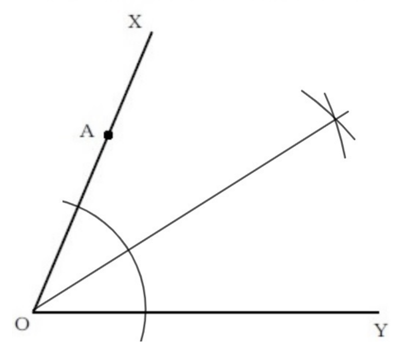
$$\begin{aligned}\angle x&=\angle\mathrm{EDC}+\angle\mathrm{ECD}=37^\circ+69^\circ\\ &=\mathbf{106^\circ}\end{aligned}$$

⑽ ① ∠XOY の角の二等分線を作図する．

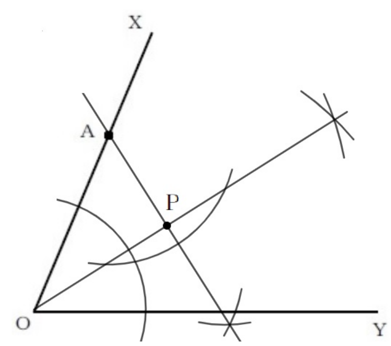
② 点 A から①の線分への垂線を作図する．

③ 線分①と②の交点を P とする．

①



②, ③



2

右の表は，Ｐ中学校の１年生と２年生の通学時間を度数分布表に整理したものである。

このとき，あとの各問いに答えなさい。（３点）

(1)　Ｐ中学校の１年生35人を，通学時間の中央値よりも通学時間が短い生徒はＡチーム，それ以外の生徒はＢチームに分ける。

通学時間が30分のたろうさんは，Ａチーム，Ｂチームのどちらになるか，下の□の考え方で判断をした。

下の $\boxed{①}$ ，$\boxed{②}$ にはあてはまる数を，$\boxed{③}$ にはＡかＢのどちらかを書き入れなさい。

通学時間（分）	１年生（人）	２年生（人）
以上　未満		
0 〜 10	10	4
10 〜 20	7	8
20 〜 30	8	10
30 〜 40	7	$\boxed{(ア)}$
40 〜 50	2	2
50 〜 60	1	0
計	35	$\boxed{(イ)}$

Ｐ中学校１年生35人の通学時間の中央値がふくまれる階級は，$\boxed{①}$ 分以上 $\boxed{②}$ 分未満なので，通学時間が30分のたろうさんは，$\boxed{③}$ チームになる。

(2)　Ｐ中学校１年生の「30分以上40分未満」の階級の相対度数と，Ｐ中学校２年生の「30分以上40分未満」の階級の相対度数が等しいとき，度数分布表の $\boxed{(ア)}$ ，$\boxed{(イ)}$ に，それぞれあてはまる適切な数を書き入れなさい。

解答

(1) 1 粘性は 35 人なので，中央値が含まれる階級は下から 18 番目の生徒が入る階級である．よって，「20 分以上 30 分未満」の階級になる．

通学時間が 30 分のたろうさんは「30 分以上 40 分未満」の階級に入るので，B チームになる．

Ans. ①：**20**，②：**30**，③：**B**

(2) 1 年生の「30 分以上 40 分未満」の階級の相対度数は，度数が 7 なので

$$\frac{7}{35} = \frac{1}{5} = 0.2$$

2 年生の「30 分以上 40 分未満」の階級の相対度数が 0.2 になるから，それ以外の階級の度数の和の相対度数が $1 - 0.2 = 0.8$ となる．2 年生の人数を x 人とすると

$$\frac{4+8+10+2}{x} = 0.8$$

$$\frac{24}{x} = 0.8$$

$$24 = 0.8x$$

$$x = 30$$

2 年生の「30 分以上 40 分未満」の階級の度数は

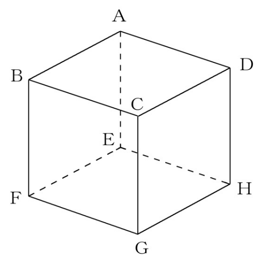
$$30 \times 0.2 = 6\,(\text{人})$$

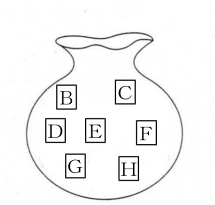
Ans. (ア)：**6**，(イ)：**30**

3

次の図のように，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈを頂点とした立方体と，文字Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆ，Ｇ，Ｈを１つずつ書いた７枚のカードが入っている袋（ふくろ）がある。

このとき，あとの各問いに答えなさい。（４点）





(1)　この袋の中からカードを１枚取り出し，頂点Ａと，取り出したカードに書かれた文字と同じ文字が示す頂点を結んで，線分をつくる。

このようにしてできる線分が，平面ＡＢＣＤ上にある確率を求めなさい。

(2)　この袋の中からカードを同時に２枚取り出し，頂点Ａと，取り出した２枚のカードに書かれた文字と同じ文字が示す頂点の３点をそれぞれ結んで，三角形をつくる。

このようにしてできる三角形が，正三角形になる確率を求めなさい。

解答

(1) 7 枚のカードから B，C，D のどれかのカードを取り出す確率なので，求める確率は $\boldsymbol{\frac{3}{7}}$.

(2) 正三角形となる組合せは {A，C，F}，{A，C，H}，{A，F，H} の 3 通り．
袋から同時に 2 枚を取り出す取り出し方は

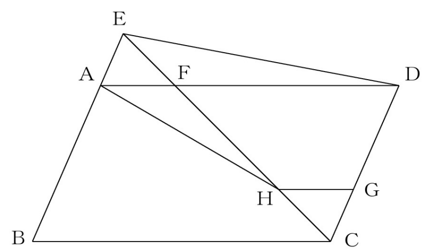
(B, C)，(B, D)，(B, E)，(B, F)，(B, G)，(B, H)
(C, D)，(C, E)，(C, F)，(C, G)，(C, H)
(D, E)，(D, F)，(D, G)，(D, H)
(E, F)，(E, G)，(E, H)
(F, G)，(F, H)
(G, H)

の 21 通り．よって求める確率は $\frac{3}{21} = \boldsymbol{\frac{1}{3}}$.

4

次の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤがあり，線分ＡＢのＡ側の延長線上にＡＢ＝３ＡＥとなる点Ｅをとり，線分ＥＣ，ＥＤをそれぞれひき，線分ＥＣと線分ＡＤの交点をＦとする。線分ＣＤ上にＥＡ＝ＣＧとなる点Ｇをとり，点Ｇを通り線分ＡＤと平行な直線と線分ＥＣとの交点をＨとし，線分ＡＨをひく。

このとき，あとの各問いに答えなさい。（８点）



⑴　△ＥＡＦ≡△ＣＧＨであることを証明しなさい。

⑵　線分ＡＤの長さを a ㎝とするとき，線分ＨＧの長さを a を使って表しなさい。

⑶　△ＥＦＤと四角形ＡＨＧＤの面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答

(1) △EAF と △CGH において，仮定より

EA = CG　…… ①

EB // DC より錯角の関係より

∠AEF = ∠GCH　…… ②

AD // HG より同位角の関係より

∠CGH = ∠CDA　…… ③

EB // DC より錯角の関係より

∠EAF = ∠CDA　…… ④

③, ④より

∠EAF = ∠CGH　…… ⑤

①, ②, ⑤より，1 組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいから △EAF ≡ △CGH.

(2) (1)より HG の長さは AF の長さと等しい．△EAF ∽ △EBC であり，相似比は $1:(1+3) = 1:4$ であるから，$\boldsymbol{\mathrm{HG} = \frac{1}{4}a}$ cm.

(3) 四角形 AHGD を上底が HG，下底が AD の台形と見たとき，HG = AF = b とすると AD = $4b$，高さを $2c$ とするとき台形の面積を S_1 とすると

$$S_1 = \frac{1}{2} \times (b + 4b) \times 2c = 5bc$$

△EFD は FD を底辺と見ると FD = $3b$，高さは c となるから，面積を S_2 とすると

$$S_2 = \frac{1}{2} \times 3b \times c = \frac{3}{2}bc$$

よって求める比は

$$S_2 : S_1 = \frac{3}{2}bc : 5bc = \boldsymbol{3 : 10}$$

$\boxed{5}$

図１のような，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅ，Ｆを頂点とし，ＢＣ＝ＣＡ＝４㎝，ＡＤ＝６㎝，∠ＢＣＡ＝90°の三角柱があり，側面ＢＣＦＥを下向き，側面ＡＣＦＤを正面にして置く。図２は，図１の三角柱の投影図（とうえいず）である。

このとき，あとの各問いに答えなさい。（４点）

⑴　三角柱の体積を求めなさい。

⑵　図２の投影図と，同じ投影図になることのある立体はどれか，次の**ア**～**エ**から適切なものをすべて選び，その記号を書きなさい。

〔 **ア**．正三角柱　**イ**．正四角柱　**ウ**．正五角柱　**エ**．円柱 〕

図１

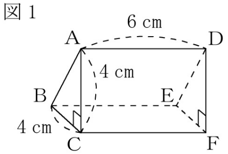
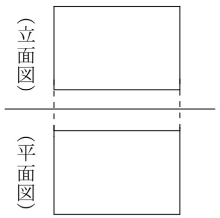


図２



解答

⑴　三角形 ABC を底面と見て

$$\frac{1}{2}\times 4\times 4\times 6 = 48\ \mathrm{cm}^3$$

⑵　**イ，エ**

$\boxed{6}$

はなこさんは，Ａ社で荷物を送ろうと考えている。

このとき，あとの各問いに答えなさい。（５点）

⑴　はなこさんは，スポーツ大会のパンフレットを箱に入れてＡ社で送る。スポーツ大会のパンフレット14部を箱１箱に入れたときの重さが２７５ｇ，スポーツ大会のパンフレット31部を箱１箱に入れたときの重さが５３０ｇとなるとき，スポーツ大会のパンフレット１部の重さと，箱１箱の重さをそれぞれ求めなさい。

ただし，箱にはスポーツ大会のパンフレットを50部まで入れることができることとする。

⑵　Ａ社で荷物を１個送るとき，荷物の重さによって料金が決まる。荷物の重さを x ｇ，料金を y 円とすると，y は x の関数であり，その関係は右のグラフのように表される。

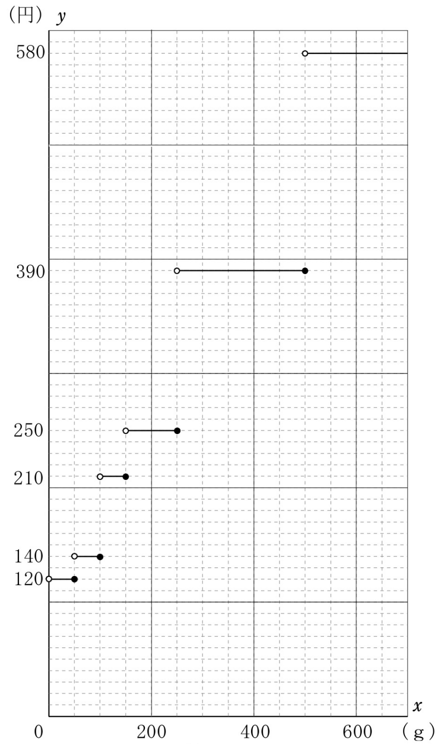
はなこさんは，１部４ｇの地域フェスタのチラシを，１枚16ｇの封筒（ふうとう）に入れてＡ社で送る。

このとき，次の各問いに答えなさい。

ただし，封筒にはチラシを２００部まで入れることができることとする。

①　地域フェスタのチラシ30部を，封筒１枚に入れて送るときの料金を求めなさい。

②　地域フェスタのチラシ１４０部を，封筒１枚に入れて送るときの料金よりも，封筒２枚に入れて送るときの料金のほうが安くなることがある。地域フェスタのチラシ１４０部を，封筒２枚に入れて送る料金が，最も安くなるときの料金を求めなさい。



○はグラフの線が端（はし）の点をふくまないことを表し，
●はグラフの線が端の点をふくむことを表す。

解答

(1) パンフレット 1 部の重さを x g，箱 1 箱の重さを y g とすると

$$\begin{cases} 14x + y = 275 & \cdots\cdots ① \\ 31x + y = 530 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

② − ① より

$$\begin{aligned} 17x &= 255 \\ x &= 15 \end{aligned}$$

①より

$$\begin{aligned} y &= 275 - 14x = 275 - 14 \times 15 = 275 - 210 \\ &= 65 \end{aligned}$$

Ans. パンフレット 1 部 **: 15** g，箱 1 箱 **: 65** g

(2) ① チラシ 30 部を封筒に入れた重さは $4 \times 30 + 16 = 120 + 16 = 136$ g．グラフより料金は **210** 円.

② 140 部を封筒 1 枚に入れて送るときの料金亜 h，重さが $4 \times 140 + 16 = 576$ g より 580 円.
封筒 2 枚に入れて送るとき，片方の封筒を 390 円に抑える場合，最大で 500 g となるから，チラシを x 部とすると

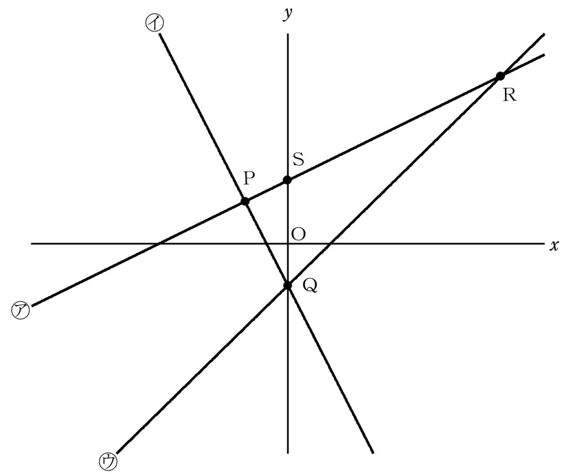
$$\begin{aligned} 4x + 16 &= 500 \\ 4x &= 484 \\ x &= 121 \end{aligned}$$

このと残りは $140 - 121 = 19$ 部 であるから，重さは $4 \times 19 + 16 = 92$ g．この封筒は 140 円 で送ることができる.
よって，最も安くなるときの料金は $390 + 140 =$ **530** 円.

7

次の図のように，関数 $y = \frac{1}{2}x + b$ … ㋐ のグラフと，関数 $y = -2x - 2$ … ㋑ のグラフと，関数 $y = x - 2$ … ㋒ のグラフがあり，㋐のグラフと㋑のグラフの交点をＰ，㋑のグラフと㋒のグラフの交点をＱ，㋒のグラフと㋐のグラフの交点をＲとする。また，㋐のグラフと y 軸との交点をＳとする。

このとき，あとの各問いに答えなさい。（７点）



(1) 点Ｐの x 座標が -2 のとき，次の各問いに答えなさい。

① b の値を求めなさい。

② 点Ｒの座標を求めなさい。

③ 点Ｓを通り，△ＰＱＲの面積を２等分する直線の式を求めなさい。

(2) $b > 0$ の範囲で，△ＳＱＲの面積が 11cm^2 になるとき，b の値を求めなさい。
ただし，座標軸の１目もりを１cmとする。

解答

(1) ①　点 P は関数㋑上の点であるから，㋑の式に $x=-2$ を代入して

$$y=-2\times(-2)-2=4-2=2$$

よって $\mathrm{P}(-2,\,2)$．関数㋐は点 P を通るので，㋐の式に $x=-2$，$y=2$ を代入して

$$\begin{aligned}2&=\frac{1}{2}\times(-2)+b\\2&=-1+b\\\boldsymbol{b}&=\mathbf{3}\end{aligned}$$

②　$b=3$ より

$$\begin{cases}y=\dfrac{1}{2}x+3 & \cdots\cdots ㋐\\ y=x-2 & \cdots\cdots ㋑\end{cases}$$

㋑を㋐に代入して

$$\begin{aligned}x-2&=\frac{1}{2}x+3 \qquad 両辺\times 2\\2x-4&=x+6\\2x-x&=6+4\\x&=10\end{aligned}$$

㋑より

$$y=10-2=8$$

よって $\mathbf{R(10,\,8)}$.

③　線分 SQ を底辺，x 軸方向を高さと見ると，$\mathrm{SQ}=3-(-2)=5$ であるから

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{PQR}&=\triangle\mathrm{PQS}+\triangle\mathrm{RQS}=\frac{1}{2}\times5\times2+\frac{1}{2}\times5\times10=5+25\\&=30\end{aligned}$$

よって △PQR の面積を 2 等分した面積は 15.

求める直線と直線 QR との交点を T とし，T の x 座標を T_x とすると (図 7.1 参照)

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{PQS}+\triangle\mathrm{TQS}&=15\\5+\frac{1}{2}\times5\times\mathrm{T}_x&=15\\\frac{5}{2}\mathrm{T}_x&=10\\\mathrm{T}_x&=4\end{aligned}$$

T_x は㋒上の点なので，㋒の式に $x=4$ を代入すると

$$y=4-2=2$$

よって $\mathrm{T}(4,\,2)$.

求める直線は $\mathrm{S}(0,\,3)$ を通るので $y=ax+3$ と書ける．これが $\mathrm{T}(4,\,2)$ を通るので

$$\begin{aligned}2&=4a+3\\4a&=-1\\a&=-\frac{1}{4}\end{aligned}$$

以上より，求める直線の式は $\boldsymbol{y=-\frac{1}{4}x+3}$.

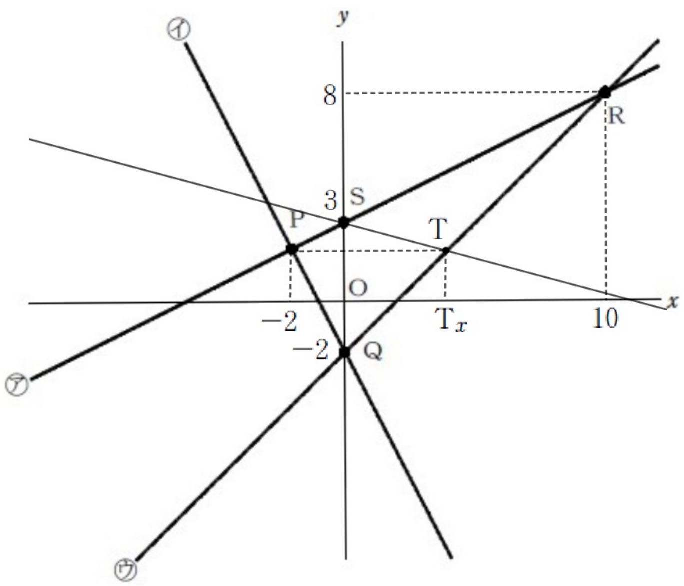


図 7.1

(2) $\begin{cases} y = \dfrac{1}{2}x + b & \cdots\cdots ㋐ \\ y = x - 2 & \cdots\cdots ㋒ \end{cases}$

㋐，㋒から y を消去すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}x + b &= x - 2 \qquad \text{両辺} \times 2 \\ x + 2b &= 2x - 4 \\ -x &= -2b - 4 \\ x &= 2b + 4 \end{aligned}$$

すなわち，点 R の x 座標が $2b+4$ である (図 7.2 参照).
SQ $= b + 2$ より

$$\begin{aligned} \triangle \mathrm{SQR} = \frac{1}{2} \times (b+2) \times (2b+4) &= 11 \\ (b+2)(b+2) &= 11 \\ b^2 + 4b + 4 &= 11 \\ b^2 + 4b - 7 &= 0 \\ b &= \frac{-4 \pm \sqrt{16+28}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{44}}{2} \\ &= \frac{4 \pm 2\sqrt{11}}{2} = -2 \pm \sqrt{11} \end{aligned}$$

$b > 0$ より $\boldsymbol{b = -2 + \sqrt{11}}$.

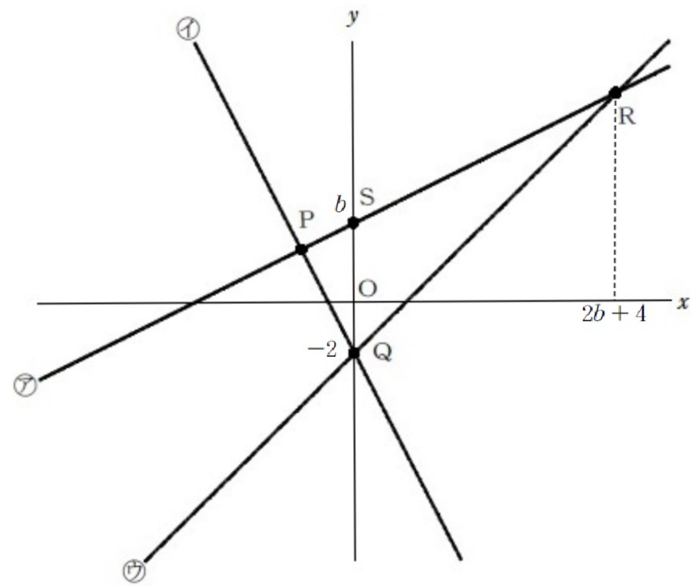
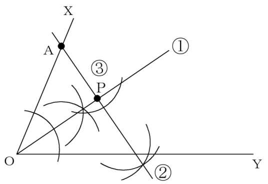
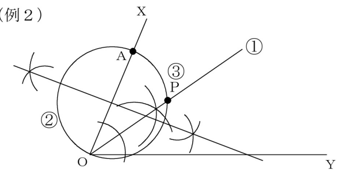


図 7.2

（数学）前期選抜採点基準

「採点基準」で処理できない場合は，各校の統一見解で採点されたい。

問題			配点	正答例	備考
1 １９点	⑴		１点	２８	
	⑵		２点	$2x-4$	
	⑶		２点	$25a$	
	⑷		２点	$2\sqrt{2}$	
	⑸		２点	$x=3$	
	⑹		２点	$x<5y$	
	⑺		２点	$a=\frac{1}{2}$	
	⑻		２点	100π cm^2	
	⑼		２点	$\angle x=106°$	
	⑽		２点	（例１） 	＊　①が示せた場合，１点。 ＊　①，②，③すべて示せた場合のみ，２点。 ＊　数学的な推論をもとに，作図されていればよい。
				（例２） 	＊　①，②のいずれか１つ示せた場合，１点。 ＊　①，②，③すべて示せた場合のみ，２点。 ＊　数学的な推論をもとに，作図されていればよい。
2 ３点	⑴	①	１点	２０	＊　①，②，③すべて正答の場合のみ，１点。
		②		３０	
		③		Ｂ	
	⑵	㈠	２点	６	＊　㈠，㈡両方正答の場合のみ，２点。
		㈡		３０	
3 ４点	⑴		２点	$\frac{3}{7}$	
	⑵		２点	$\frac{1}{7}$	

（裏面へ続く）

問題			配点	正答例	備考
4 ８点	⑴		４点	〈証　明〉 △ＥＡＦと△ＣＧＨにおいて， 仮定より，　ＥＡ＝ＣＧ　・・・① ＢＥ//ＣＤより，平行線の錯角は等しいから， ∠ＡＥＦ＝∠ＧＣＨ　・・・② ∠ＥＡＦ＝∠ＦＤＧ　・・・③ ＡＤ//ＧＨより，平行線の同位角は等しいから， ∠ＦＤＧ＝∠ＣＧＨ　・・・④ ③，④より ∠ＥＡＦ＝∠ＣＧＨ　・・・⑤ ①，②，⑤より １組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ＥＡＦ≡△ＣＧＨ	・　①の証明ができて，１点。 ・　②の証明ができて，１点。 ・　⑤の証明ができて，１点。 ＊　数学的な推論の過程が，的確に表現されていればよい。
	⑵		２点	$\frac{1}{4}a$ cm	
	⑶		２点	△ＥＦＤ：四角形ＡＨＧＤ＝３：１０	
5 ４点	⑴		２点	４８ cm^3	
	⑵		２点	イ，エ	＊　すべて正答の場合のみ，２点。 ＊　順不同。
6 ５点	⑴		２点	パンフレット１部の重さ　１５　g， 箱１箱の重さ　６５　g	＊　すべて正答の場合のみ，２点。
	⑵	①	１点	２１０　円	
		②	２点	５３０　円	
7 ７点	⑴	①	１点	$b=3$	
		②	２点	Ｒ（　１０　，　８　）	
		③	２点	$y=-\frac{1}{4}x+3$	
	⑵		２点	$b=-2+\sqrt{11}$	
合計			５０点		