

令和4年度前期学力検査 数学 詳解

1

あとの各問いに答えなさい。(18点)

(1)  $-3^2 + 4 \times (-2)$  を計算しなさい。

(2)  $(4x + 5) - (x - 3)$  を計算しなさい。

(3)  $c = \frac{a+b}{5}$  を、 $b$  について解きなさい。

(4) 連立方程式  $\begin{cases} y = x - 3 \\ 4x + 5y = 30 \end{cases}$  を解きなさい。

(5)  $\sqrt{12} + \frac{1}{\sqrt{3}}$  を計算しなさい。

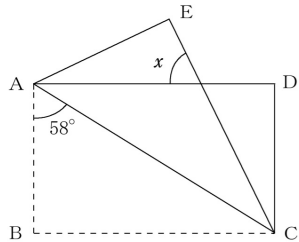
(6) 二次方程式  $(x + 2)^2 = 4x + 13$  を解きなさい。

(7) 関数  $y = \frac{12}{x}$  について、 $x$  の値が  $-6$  から  $-3$  まで増加したときの変化の割合を求めなさい。

(8) 半径  $3\text{ cm}$  の球の体積を求めなさい。

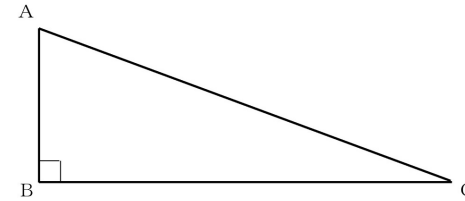
ただし、円周率は  $\pi$  とする。

(9) 次の図のように、 $AB < AD$  となる長方形  $ABCD$  の紙を対角線  $AC$  で折り、点  $B$  が移動した点を  $E$  とする。 $\angle BAC$  の大きさが  $58^\circ$  のとき、 $\angle x$  の大きさを求めなさい。



(10) 次の図で、 $\triangle ABC$  は  $\angle ABC = 90^\circ$ 、 $\angle BAC = 70^\circ$  の直角三角形であるとき、中心角  $\angle AOC = 110^\circ$  となるおうぎ形  $AOC$  を一つ、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



解答

(1) 
$$\begin{aligned} -3^2 + 4 \times (-2) &= -9 - 8 \\ &= -17 \end{aligned}$$

(2) 
$$\begin{aligned} (4x + 5) - (x - 3) &= 4x + 5 - x + 3 \\ &= 4x - x + 5 + 3 \\ &= 3x + 8 \end{aligned}$$

(3) 
$$\begin{aligned} c &= \frac{a+b}{5} \\ 5c &= a+b \\ a+b &= 5c \\ b &= 5c - a \end{aligned}$$

(4) 
$$\begin{cases} y = x - 3 & \cdots \cdots \text{①} \\ 4x + 5y = 30 & \cdots \cdots \text{②} \end{cases}$$

①を②に代入して

$$4x + 5(x - 3) = 30$$

$$4x + 5x - 15 = 30$$

$$9x = 30 + 15$$

$$9x = 45$$

$$x = 5$$

①より

$$y = 5 - 3$$

$$= 2$$

Ans.  $(x, y) = (5, 2)$

$$\begin{aligned} (5) \quad \sqrt{12} + \frac{1}{\sqrt{3}} &= 2\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{3} = \left(2 + \frac{1}{3}\right)\sqrt{3} \\ &= \frac{7\sqrt{3}}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad (x + 2)^2 &= 4x + 13 \\ x^2 + \cancel{4x} + 4 &= \cancel{4x} + 13 \\ x^2 &= 9 \\ x &= \pm 3 \end{aligned}$$

$$(7) \quad y = \frac{12}{x} \text{ に } x = -6 \text{ を代入すると } y = \frac{12}{-6} = -2.$$

$$y = \frac{12}{x} \text{ に } x = -3 \text{ を代入すると } y = \frac{12}{-3} = -4.$$

変化の割合は

$$\begin{aligned} \frac{-4 - (-2)}{-3 - (-6)} &= \frac{-4 + 2}{-3 + 6} = \frac{-2}{3} \\ &= -\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad \frac{4\pi \times 3^3}{3} &= 4\pi \times 3^2 = 4\pi \times 9 \\ &= 36\pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

(9)  $\angle DAC = 90^\circ - 58^\circ = 32^\circ$ . 錯角の関係より  $\angle DAC = \angle BCA$ . また, 折り返した図形なので  $\triangle ABC \equiv \triangle AEC$ . よって  $\angle ECA = \angle BCA$ . すなわち  $\angle DAC = \angle ECA = 32^\circ$  外角の関係より

$$x = \angle DAC + \angle ECA = 32^\circ + 32^\circ = 64^\circ$$

(10) ①: おうぎ形の中心  $O$  は  $AC$  の垂直二等分線上にあるので, 線分  $AC$  の垂直二等分線を作図する.

②:  $\triangle OAC$  は  $OA = OC$  の二等辺三角形で,  $\angle AOC = 110^\circ$  より

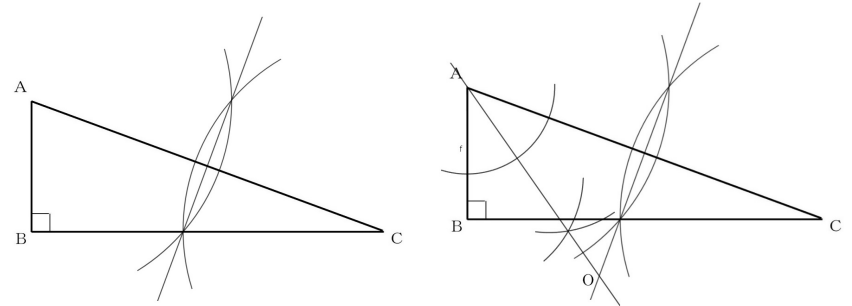
$$\angle OAC = \angle OCA = \frac{180^\circ - 110^\circ}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$\angle BAC = 70^\circ$  なので,  $\angle BAC$  の角の二等分線を作図し, ①との交点を  $O$  とする.

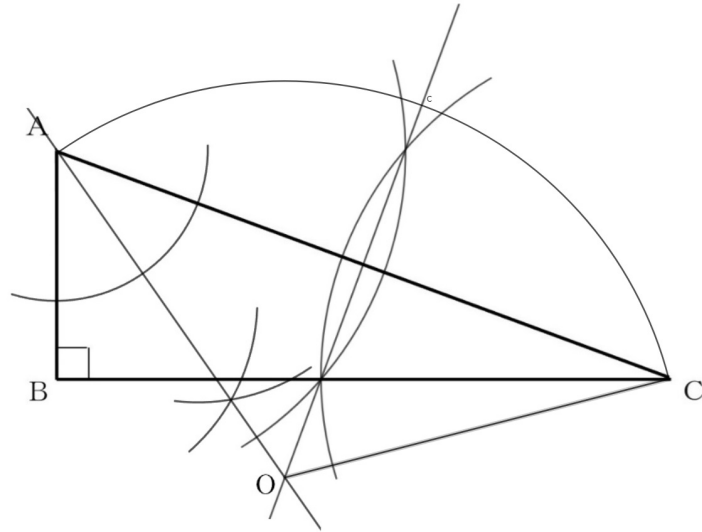
③: 弧  $AC$  と線分  $OA, OC$  を作図する.

①

②



③



②

あとの各問いに答えなさい。(7点)

(1) 右の図は、A組の生徒27人とB組の生徒23人の握力あくりょくの記録を度数分布表に整理したものである。

このとき、次の各問いに答えなさい。

① A組の生徒の握力の最頻値さいひんちを求めなさい。

② A組の生徒とB組の生徒の握力の範囲と中央値ちゆうけいがそれぞれ同じとき、(ア)にあてはまる数を求めなさい。

握力(kg)	A組(人)	B組(人)
以上 未満		
15 ~ 20	2	1
20 ~ 25	5	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">(ア)</span>
25 ~ 30	6	4
30 ~ 35	7	3
35 ~ 40	3	10
40 ~ 45	3	0
45 ~ 50	1	<span style="border: 1px solid black; padding: 2px;">(イ)</span>
計	27	23

(2) P動物園の入園料は、大人1人1000円、子ども1人200円である。P動物園では下のようない【クーポンA】、【クーポンB】の2種類の割引クーポンがあり、入園者は【クーポンA】、【クーポンB】のどちらか1つを利用することができる。子どもの人数が大人の人数の2倍以上であるとき、次の各問いに答えなさい。

【クーポンA】  
入園料から20%引き

【クーポンB】  
大人1人につき、  
子ども2人の入園料が無料

- ① 大人2人、子ども7人が【クーポンA】を利用して、P動物園に入園するときの入園料の合計を求めなさい。
- ② 大人 $x$ 人、子ども $y$ 人が【クーポンB】を利用して、P動物園に入園するときの入園料の合計を、 $x$ 、 $y$ を使った式で表しなさい。
- ③ 【クーポンA】を利用してP動物園に入園するときの入園料の合計と、【クーポンB】を利用してP動物園に入園するときの入園料の合計が同じになるとき、大人の人数と子どもの人数を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

**解答**

(1) ① 度数が7の30以上35未満の階級の階級値だから

$$\frac{30 + 35}{2} = 32.5$$

② A組の度数の合計が27なので、下から14番目が中央値となり、中央値は30~35の階級にある。

B組の度数の合計は23なので、下から12番目が中央値となる。

(ア) =  $x$ 、(イ) =  $y$  とすると、A組とB組の範囲が同じなので

$$y \geq 1 \dots\dots ①$$

中央値の入る階級とその度数から

$$(1 + x + 4) \text{の最大値は } 11 \text{ かつ } \{(1 + x + 4 + 3) + 1\} \text{の最小値は } 13$$

でなければならない。すなわち

$$x \leq 6 \text{ かつ } x \geq 4 \dots\dots ②$$

B組の度数の合計から

$$1 + x + 4 + 3 + 10 + 0 + y = 23$$

$$x + y = 5 \dots\dots ③$$

①より  $y = 1$  のとき③より  $x = 4$  となり、これは②を満たす ( $y = 2, 3, 4, 5$  は②を満たさない). よって (ア) にあてはまる数は **4**.

② ①

$$(1000 \times 2 + 200 \times 7) \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = (2000 + 1400) \times \frac{80}{100} = 34 \times 80 = 2720 \text{ 円}$$

②

$$x \times 1000 + (y - 2x) \times 200 = 1000x + 200(y - 2x)$$

③ 大人  $x$  人, 子ども  $y$  人で【クーポン A】を利用するときの入園料の合計は

$$(1000 \times x + 200 \times y) \times \frac{80}{100} = 800x + 160y$$

よって

$$800x + 160y = 1000x + 200(y - 2x)$$

$$800x + 160y = 1000x + 200y - 400x$$

$$800x + 160y = 600x + 200y$$

$$200x = 40y$$

$$5x = y$$

$$5 \times x = y \times 1$$

ゆえに求める比は

$$x : y = 1 : 5$$

→注  $x : y = A : B$  のとき

$$Bx = Ay$$

$$B \times x = y \times A$$

となることを逆手順で用いた.

または  $y = 5x$  という比例の式 (グラフの傾きが5) から,  $x$  が1に対して  $y$  が5の比になるとがわかる.

3

あとの各問いに答えなさい。(8点)

- (1) 図1のように, 3列に並んでいる6つのマスがある。次の<ルール>にしたがってA, B, C, D, E, Fの数を決め, 図2のように, それぞれのマスに書き入れていく。

<ルール>

- (i) 自然数を1つ決め, Aとする。
- (ii) Aが奇数ならば,  $B = A + 1, C = B + 1$ とする。  
Aが偶数ならば,  $B = A + 2, C = B + 2$ とする。
- (iii)  $D = A + B, E = B + C, F = D + E$ とする。

図3は, Aが3のとき, A, B, C, D, E, Fの数を書き入れたものである。

このとき, 次の各問いに答えなさい。

- ① Aが5のとき, Fの数を求めなさい。
- ② Aが偶数  $m$  のとき, Fの数を  $m$  を用いた式で表しなさい。
- ③ Aがどのような数でも, Fの数にならないものはどれか, 次のア～オからすべて選び, その記号を書きなさい。

[ア. 120    イ. 123    ウ. 124    エ. 128    オ. 129]

図1

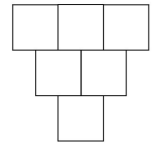


図2

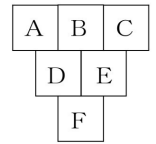
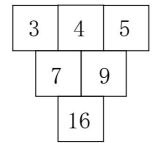


図3



(2) 玉が12個入っている袋Aと、玉が $m$ 個入っている袋Bがある。大小2つのさいころを同時に1回投げ、2つの出目の数の和だけ、玉を袋Aから袋Bに移動させ、移動後の袋Aの玉の数を $x$ 個、移動後の袋Bの玉の数を $y$ 個とする。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、さいころの目の出方は、1, 2, 3, 4, 5, 6の6通りであり、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

- ①  $m = 0$  のとき、 $x = y$  となる確率を求めなさい。
- ②  $x = y$  となる確率が  $\frac{1}{12}$  となるとき、 $m$  の値を求めなさい。

**解答**

(1)  $n$  を奇数、 $m$  を偶数とすると、次の2通りになる。

A が奇数のとき

$A = n$	$B = n + 1$	$C = n + 2$
$D = 2n + 1$		$E = 2n + 3$
$F = 4n + 4$		

A が偶数のとき

$A = m$	$B = m + 2$	$C = m + 4$
$D = 2m + 2$		$E = 2m + 6$
$F = 4m + 8$		

①  $A = n = 5$  のとき

$$F = 20 + 4 = 24$$

②  $F = 4m + 8$ .

③  $n = 29$  のとき  $F = 120$ ,  $n = 31$  のとき  $F = 128$ .

$m = 28$  のとき  $F = 120$ ,  $m = 30$  のとき  $F = 128$ .

よって F の数にならないものは 123, 124, 129.

Ans. イ, ウ, オ

(2) ①  $m = 0$  のとき  $x = y = 6$  となるから、大きいさいころの目を A, 小さいさいころの目を a とするとき、 $A + a = 6$  となる確率を求めればよい。

$$(A, a) = (1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$$

の5通りあるので、求める確率は  $\frac{5}{36}$ .

②  $\frac{1}{12} = \frac{3}{36}$  であるから、動かす球が6個以下で、 $A + a$  の値が等しく  $(A, a)$  の組合せが3通りとなればよい。このときの組合せは

$$(A, a) = (1, 3), (2, 2), (3, 1)$$

となる。このとき  $A + a = 4$  なので、 $x = y = 8$  となる。Bの袋の球の個数を考えると

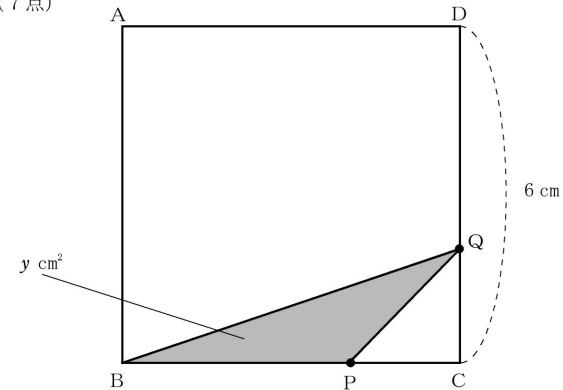
$$m + 4 = 8$$

$$m = 4$$

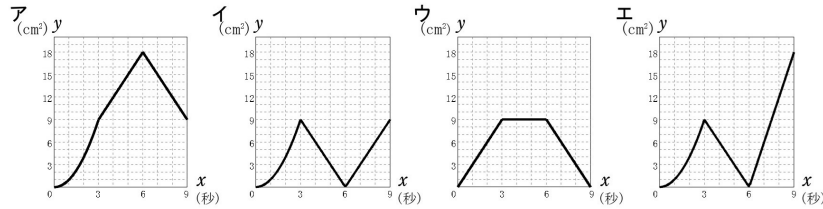
**4**

次の図のような、1辺が6cmの正方形ABCDがある。2点P, Qはそれぞれ正方形ABCDの辺上を移動する点で、点Pは、Bを出発して秒速2cmでC, D, Aの順に通ってBまで移動し点Qは、点PがBを出発するのと同時に、Cを出発して秒速1cmでDを通してAまで移動する。

2点P, Qが出発してから $x$ 秒後の $\triangle BPQ$ の面積を $y \text{ cm}^2$ とすると、あとの各問いに答えなさい。(7点)



- (1) 2点P, Qが出発してから2秒後の△BPQの面積を求めなさい。
- (2)  $3 \leq x \leq 6$  のとき,  $y$  を  $x$  の式で表しなさい。
- (3)  $0 \leq x \leq 9$  のとき,  $x$  と  $y$  の関係を表したグラフはどのようになるか, 次のア～エから最も適切なものを1つ選び, 記号で答えなさい。



- (4)  $9 \leq x \leq 12$  のとき, △BPQの面積が  $7 \text{ cm}^2$  になるときの  $x$  の値を求めなさい。
- なお, 答えに  $\sqrt{\quad}$  がふくまれるときは,  $\sqrt{\quad}$  の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

**解答**

(1) 2秒後にPは線分BC上にありBP = 4 cm.  
Qは線分DC上にありCQ = 2 cm.  
よって△BPQの面積は

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4 \text{ cm}^2$$

(2)  $x = 3$  のときPはCの位置にあり, QはDC上のCQ = 3 cmの位置にある(後の図を参照). このとき△BPQの面積は

$$\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

$3 \leq x \leq 6$  のとき, PもQも線分DC上を動き,  $x = 6$  のときP, QがDの位置で重なる. すなわち  $x = 6$  のとき△BPQの面積が  $0 \text{ cm}^2$  になる. この間PもQも線分DC上にいることから△BPQの面積は一次関数で表され,  $y = ax + b$  とするとき,  $x = 3$  のとき  $y = 9$  なので

$$9 = 3a + b \quad \dots\dots \text{①}$$

$x = 6$  のとき  $y = 0$  なので

$$0 = 6a + b \quad \dots\dots \text{②}$$

①, ②を連立方程式として解くと  $a = -3, b = 18$ . よって

$$y = -3x + 18$$

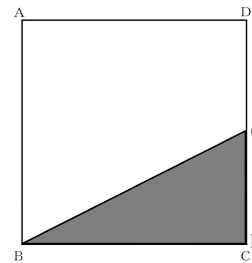
(3) (2)よりグラフはイかエのどちらかとなる.

$x = 9$  のときPはAの位置にあり, Qは線分AD上のQA = 3 cmの位置にある. このとき△BPQの面積は

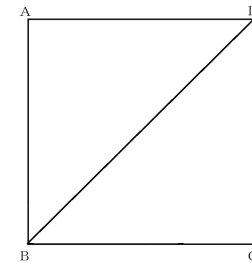
$$\frac{1}{2} \times 6 \times 3 = 9 \text{ cm}^2$$

よって適切なグラフはイ.

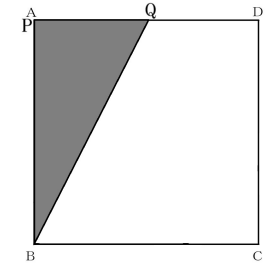
$x = 3$



$x = 6$



$x = 9$

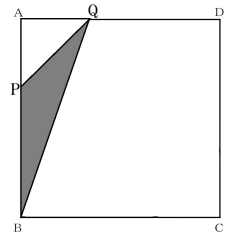


(4)  $x = 9$  から始まる時刻を  $z$  とすると  $x = z + 9$ . また  $0 \leq z \leq 3$ . P, Qを  $z$  を用いて表すと

$$\begin{aligned} QA &= 3 - z \\ PB &= 6 - 2z \end{aligned}$$

△BPQの面積は

$$\frac{1}{2} \times (3 - z) \times (6 - 2z) = (3 - z)^2$$



よってこの値が  $7 \text{ cm}^2$  になるとき

$$(3 - z)^2 = 7$$

$$9 - 6z + z^2 = 7$$

$$z^2 - 6z + 2 = 0$$

$$z = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 8}}{2} = \frac{6 \pm \sqrt{28}}{2} = \frac{6 \pm 2\sqrt{7}}{2} = 3 \pm \sqrt{7}$$

$0 \leq z \leq 3$  なので  $z = 3 - \sqrt{7}$ . よって

$$x = z + 9 = 12 - \sqrt{7}$$

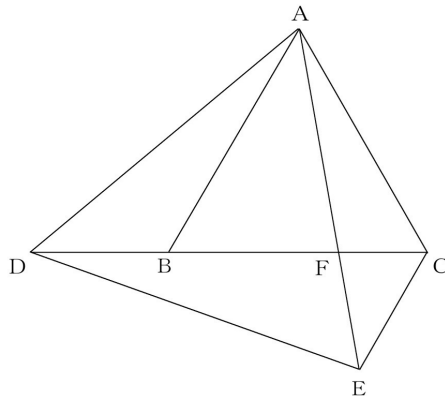
5

あとの各問いに答えなさい。(10点)

(1) 次の図のように、正三角形ABCがあり、線分BCのB側の延長線上に点Dをとり、形ADEをつくる。線分AEと線分CDの交点をFとし、線分CEをひく。

このとき、次の各問いに答えなさい。

ただし、点Eは、直線BCに対して、点Aと反対側にあるものとする。



①  $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ であることを証明しなさい。

②  $AC = 6 \text{ cm}$ ,  $CE = 3 \text{ cm}$ のとき、次の(i), (ii)の各問いに答えなさい。

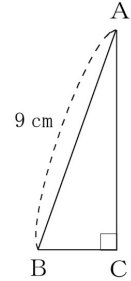
(i) 線分BFの長さを求めなさい。

(ii)  $\triangle FEC$ と四角形ADECの面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

(2) 右の図のような、 $AB = 9 \text{ cm}$ ,  $\angle ACB = 90^\circ$ の直角三角形ABCがある。

直角三角形ABCを、直線ACを軸として1回転させてできる円すいの側面の展開図が、中心角が  $120^\circ$ のおうぎ形であるとき、この円すいの表面積を求めなさい。

ただし、円周率は $\pi$ とする。



解答

(1) ①  $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において、  
仮定より正三角形の辺だから

$$AB = AC \quad \dots\dots \text{①}$$

同様に

$$AD = AE \quad \dots\dots \text{②}$$

また

$$\angle DAB = 60^\circ - \angle BAE \quad \dots\dots \text{③}$$

$$\angle EAC = 60^\circ - \angle BAE \quad \dots\dots \text{④}$$

③, ④より

$$\angle DAB = \angle EAC \quad \dots\dots \text{⑤}$$

①, ②, ⑤より、2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから  $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ .

② (i)  $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$ より  $\angle ADC = \angle AEC$ であり、円周角の定理の逆から4点A, D, E, Cは同一円周上の点である。これより $\triangle DEC$ と $\triangle AFC$ で、円周角の定理より

$\angle EDC = \angle FAC$ , また  $\angle ECD = \angle EAD = 60^\circ$  なので  $\angle ECD = \angle FCA$ . よって  $\triangle DEC \sim \triangle AFC$ .

$DB = CE = 3$  cm,  $BC = 6$  cm より  $DC = 9$  cm.  $FC = x$  とすると  $BF = 6 - x$ . 相似な図形の比より

$$\begin{aligned} DC : EC &= AC : FC \\ 9 : 3 &= 6 : x \\ 9x &= 18 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

よって

$$BF = 6 - 2 = 4 \text{ cm}$$

(ii)  $\angle ACF = \angle ECF = 60^\circ$  に着目すると

$$AC : EC = 6 : 3 = 2 : 1$$

であるから  $\triangle ADC$  と  $\triangle EDC$  の高さの比が  $2 : 1$  となり

$$\begin{aligned} \triangle ADC : \triangle EDC &= 2 : 1 \\ \triangle ADC &= 2\triangle EDC \end{aligned}$$

すなわち

$$\text{四角形 ADEC} = 3\triangle EDC$$

また,  $\triangle EDC$  で  $DC$  を底辺と見ると

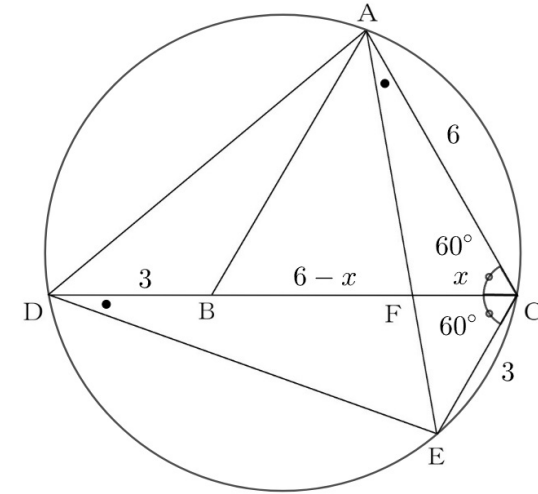
$$\frac{FC}{DC} = \frac{2}{9}$$

よって

$$\triangle FEC = \frac{2}{9}\triangle EDC$$

以上より

$$\begin{aligned} \triangle FEC : \text{四角形 ADEC} &= \frac{2}{9} : 3 \\ &= 2 : 27 \end{aligned}$$



(2) おうぎ形の側面積は

$$\begin{aligned} 9^2 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} &= 9 \times 9 \times \frac{1}{3} \times \pi \\ &= 27\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

おうぎ形の弧の長さは

$$\begin{aligned} 9 \times 2 \times \pi \times \frac{120^\circ}{360^\circ} &= 9 \times 2 \times \frac{1}{3} \times \pi \\ &= 6\pi \text{ cm} \end{aligned}$$

底面について, 円周が  $6\pi$  の円の半径を  $r$  cm とすると

$$\begin{aligned} 2\pi r &= 6\pi \\ r &= 3 \text{ cm} \end{aligned}$$

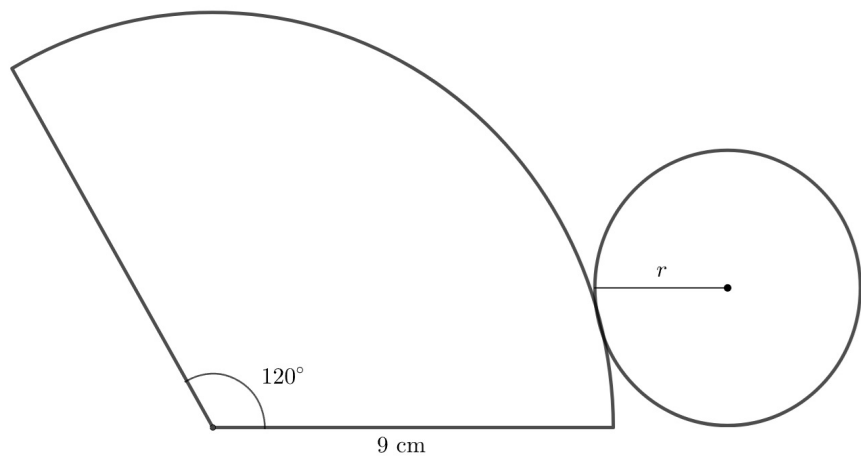
よって底面積は

$$3^2 \times \pi = 9\pi \text{ cm}^2$$

以上より, 円すいの表面積は

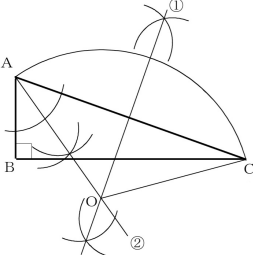
$$27\pi + 9\pi = 36\pi \text{ cm}^2$$





(数学) 前期選抜採点基準

「採点基準」で処理できない場合は、各校の統一見解で採点されたい。

問題	配点	正 答 例	備 考	
1	(1)	1点	-17	
	(2)	1点	$3x + 8$	
	(3)	1点	$b = 5c - a$	
	(4)	2点	$x = 5, y = 2$	
	(5)	2点	$\frac{7\sqrt{3}}{3}$	
	(6)	2点	$x = \pm 3$	
	(7)	2点	$-\frac{2}{3}$	
	(8)	2点	$36\pi \text{ cm}^3$	
	(9)	2点	$\angle x = 64^\circ$	
	(10)	3点		<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ①が示せて、1点。</li> <li>・ ②が示せて、1点。</li> </ul> <p>* 数学的な推論をもとに、作図されていれよ。</p>
2	(1) ①	1点	32.5 kg	
	(1) ②	2点	4	
	(2) ①	1点	2720 円	
	(2) ②	1点	$1000x + 200(y - 2x)$ (円)	
	(2) ③	2点	大人の人数 : 子どもの人数 = 1 : 5	
3	(1) ①	1点	24	
	(1) ②	2点	$4m + 8$	
	(1) ③	2点	イ, ウ, オ	<ul style="list-style-type: none"> <li>* すべて正答の場合のみ、2点。</li> <li>* 順不同。</li> </ul>
	(2) ①	1点	$\frac{5}{36}$	
(2) ②	2点	$m = 4$		

(裏面へ続く)

4	(1)	1点	$4 \text{ cm}^2$	
	(2)	2点	$y = 18 - 3x$	
	(3)	2点	イ	
	(4)	2点	$x = 12 - \sqrt{7}$	
5	(1) ①	4点	〈証明〉 $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$ において、 仮定より、 $AB = AC$ .....① $AD = AE$ .....② $\angle DAB = 60^\circ - \angle BAF$ .....③ $\angle EAC = 60^\circ - \angle BAF$ .....④ ③, ④より $\angle DAB = \angle EAC$ .....⑤ ①, ②, ⑤より 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので、 $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$	<ul style="list-style-type: none"> <li>・ ①の証明ができて、1点。</li> <li>・ ②の証明ができて、1点。</li> <li>・ ⑤の証明ができて、1点。</li> </ul> <p>* 数学的な推論の過程が、的確に表現されていれよ。</p>
	(2) (i)	2点	4 cm	
	(2) (ii)	2点	$\triangle FEC : \text{四角形} ADEC = 2 : 27$	
	(2)	2点	$36\pi \text{ cm}^2$	
	合計		50点	