令和 4 年度後期学力検査　数学　詳解

1

あとの各問いに答えなさい。(13 点)

(1)　$8\times(-7)$　を計算しなさい。

(2)　$\frac{4}{5}x-\frac{2}{3}x$　を計算しなさい。

(3)　$15xy\div 5x$　を計算しなさい。

(4)　$5(2a+b)-2(3a+4b)$　を計算しなさい。

(5)　$(\sqrt{3}+2\sqrt{7})(2\sqrt{3}-\sqrt{7})$　を計算しなさい。

(6)　y は x に反比例し，グラフが点$(-2, 8)$を通る。y を x の式で表しなさい。

(7)　二次方程式　$2x^2+5x-2=0$　を解きなさい。

(8)　右の表は，あるクラス 20 人の通学時間をまとめたものである。$\boxed{(ウ)}$ にあてはまる数が 0.80 以下のとき，$\boxed{(ア)}$ にあてはまる数をすべて求めなさい。

通学時間(分)	度数(人)	相対度数	累積相対度数
以上　　未満			
0 ～ 5	2	0.10	0.10
5 ～ 10	4	0.20	0.30
10 ～ 15	7	0.35	0.65
15 ～ 20	$\boxed{(ア)}$	$\boxed{(イ)}$	$\boxed{(ウ)}$
20 ～ 25	$\boxed{(エ)}$	$\boxed{(オ)}$	$\boxed{(カ)}$
25 ～ 30	1	0.05	1.00
計	20	1.00	

解答

(1)
$$\begin{aligned}8\times(-7)&=-8\times 7\\&=\boldsymbol{-56}\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}\frac{4}{5}x-\frac{2}{3}x&=\frac{12}{15}x-\frac{10}{15}x\\&=\boldsymbol{\frac{2}{15}x}\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}15xy\div 5x&=\frac{15xy}{5x}\\&=\boldsymbol{3y}\end{aligned}$$

(4)
$$\begin{aligned}5(2a+b)-2(3a+4b)&=10a+5b-6a-8b\\&=10a-6a+5b-8b\\&=\boldsymbol{4a-3b}\end{aligned}$$

(5)
$$\begin{aligned}(\sqrt{3}+2\sqrt{7})(2\sqrt{3}-\sqrt{7})&=2\times 3-\sqrt{21}+4\sqrt{21}-2\times 7\\&=6+3\sqrt{21}-14\\&=\boldsymbol{-8+3\sqrt{21}}\end{aligned}$$

(6)　$y=\frac{a}{x}$ に $x=-2$，$y=8$ を代入して

$$8=\frac{a}{-2}$$
$$a=-16$$

よって $\boldsymbol{y=-\frac{16}{x}}$

(7) $2x^2 + 5x - 2 = 0$

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{25+16}}{4} = \frac{\mathbf{-5 \pm \sqrt{41}}}{\mathbf{4}}$$

(8) (ウ) が 0.80 のとき，相対度数は $0.80 - 0.65 = 0.15$ になるので，このとき (ア) は

$20 \times 0.15 = 3$

(ウ) が 0.80 以下であるから (ア) は 3 以下になる．よって，(ア) にあてはまる数は
0，1，2，3.

$\boxed{2}$

あとの各問いに答えなさい。(12 点)

(1) まなぶさんは，A 組 19 人と B 組 18 人のハンドボール投げの記録について，ノートにまとめている。下の〈まなぶさんがまとめたノートの一部〉の図 1 は，B 組全員のハンドボール投げの記録を記録が小さい方から順に並べたもの，図 2 は，A 組全員のハンドボール投げの記録を箱ひげ図にまとめたものである。

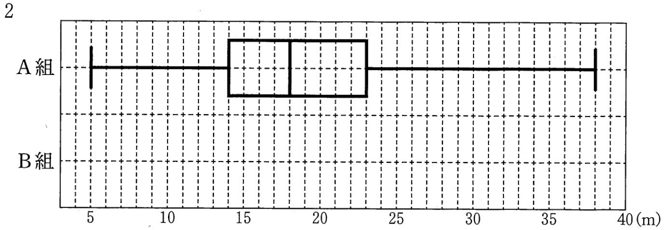
このとき，次の各問いに答えなさい。

〈まなぶさんがまとめたノートの一部〉

図 1

B 組全員のハンドボール投げの記録 (m)	8，9，13，14，15，16，16，18，18，20，21，22，23，23，25，27，30，35

図 2



① B 組全員のハンドボール投げの記録の中央値を求めなさい。

② 図 1 をもとにして，B 組全員のハンドボール投げの記録について，箱ひげ図をかき入れなさい。

③ 図 1，図 2 から読みとれることとして，次の(i)，(ii)は，「正しい」，「正しくない」，「図 1，図 2 からはわからない」のどれか，下の**ア**～**ウ**から最も適切なものをそれぞれ 1 つ選び，その記号を書きなさい。

(i) ハンドボール投げの記録の第 1 四分位数は，A 組と B 組では同じである。

ア．正しい
イ．正しくない
ウ．図 1，図 2 からはわからない

(ii) ハンドボール投げの記録が 27 m 以上の人数は，A 組のほうが B 組より多い。

ア．正しい
イ．正しくない
ウ．図 1，図 2 からはわからない

(2) 下の〈問　題〉について，次の各問いに答えなさい。

〈問　題〉
P さんは家から 1200 m 離(はな)れた駅まで行くのに，はじめ分速 50 m で歩いていたが，途中(とちゅう)から駅まで分速 90 m で走ったところ，家から出発してちょうど 20 分後に駅に着いた。P さんが家から駅まで行くのに，歩いた道のりと，走った道のりを求めなさい。

下の ☐ は，まどかさんとかずとさんが，〈問　題〉を解くために，それぞれの考え方で連立方程式に表したものである。

〈まどかさんの考え方〉

$\boxed{\quad(A)\quad}$ とすると，

$$\begin{cases} x + y = 1200 \\ \boxed{\quad(B)\quad} = 20 \end{cases}$$

と表すことができる。

〈かずとさんの考え方〉

$\boxed{\quad(C)\quad}$ とすると，

$$\begin{cases} \boxed{\quad(D)\quad} = 20 \\ 50x + 90y = 1200 \end{cases}$$

と表すことができる。

① 上の (A) ～ (D) に，それぞれあてはまることがらはどれか，次の**ア**～**コ**から最も適切なものを１つずつ選び，その記号を書きなさい。

ア．歩いた道のりを x m，走った道のりを y m
イ．歩いた時間を x 分，走った時間を y 分
ウ．$x+y$　**エ**．$x-y$　**オ**．$50x+90y$　**カ**．$90x+50y$
キ．$\frac{50}{x}+\frac{90}{y}$　**ク**．$\frac{90}{x}+\frac{50}{y}$　**ケ**．$\frac{x}{50}+\frac{y}{90}$　**コ**．$\frac{x}{90}+\frac{y}{50}$

② Ｐさんが家から駅まで行くのに，歩いた道のりと走った道のりを，それぞれ求めなさい。

(3) 次の図のように，１から n までの自然数が順に１つずつ書かれた n 枚のカードがある。このカードをよくきって１枚取り出すとき，取り出したカードに書かれた自然数を a とする。
このとき，次の各問いに答えなさい。

1 2 3 4 5 6 ……

① $n=10$ のとき，$\sqrt{a}$ が自然数となる確率を求めなさい。

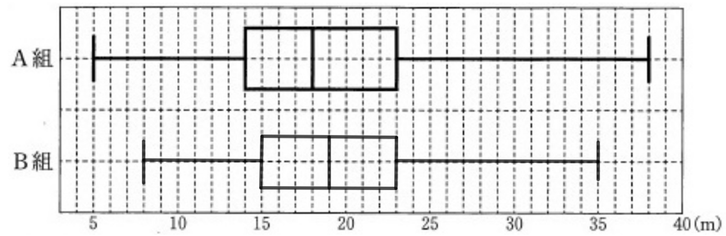
② $\frac{12}{a}$ が自然数となる確率が $\frac{1}{2}$ になるとき，n の値をすべて求めなさい。

解答

(1) ① B 組は 18 人なので，値の小さいほうから 9 番目と 10 番目の記録の平均値が中央値になる．

$$\frac{18+20}{2}=\mathbf{19}\text{ m}$$

② B 組の第 1 四分位数は 15，第 3 四分位数は 23 である．



③ ②の図より (i)：イ，(ii)：ウ．

(2) ① 〈まどかさんの考え方〉には距離の足し算である $x+y=1200$ があるので，(A) はア，(B) の右辺は時間なので (B) はケが入る．
〈かずとさんの考え方〉には（速さ）×（時間）の足し算である $50x+90y=1200$ があるから，(C) にはイ，(D) にはウが入る．
Ans. (A)：ア，(B)：ケ，(C)：イ，(D)：ウ

② 連立方程式 $\begin{cases} x+y=1200 \\ \frac{x}{50}+\frac{y}{90}=20 \end{cases}$ を解いて $(x,\ y)=(750,\ 450)$．よって，
歩いた道のり **750** m，走った道のり **450** m.

$$\begin{cases} x+y=1200 & \cdots\cdots ① \\ \frac{x}{50}+\frac{y}{90}=20 & \cdots\cdots ② \end{cases}$$

①より

$$y=-x+1200 \quad \cdots\cdots ③$$

②の両辺を ×4500 して

$$90x+50y=90000$$
$$9x+5y=9000 \quad \cdots\cdots ④$$

③を④に代入して

$$9x-5x+6000=9000$$
$$4x=9000-6000$$
$$4x=3000$$
$$x=750$$

$x=750$ を③に代入して

$$\begin{aligned} y &= -750+1200 \\ &= 450 \end{aligned}$$

(3) ①　$n=10$ のとき $\sqrt{a}$ が自然数となるのは $a=1,\ 4,\ 9$ の 3 通り．よって求める確率は $\boldsymbol{\dfrac{3}{10}}$.

②　$\dfrac{12}{a}$ が自然数となるのは $a=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6,\ 12$ のときなので，確率が $\dfrac{1}{2}$ となるのは下の図より $\boldsymbol{n=10,\ 12}$ のとき．

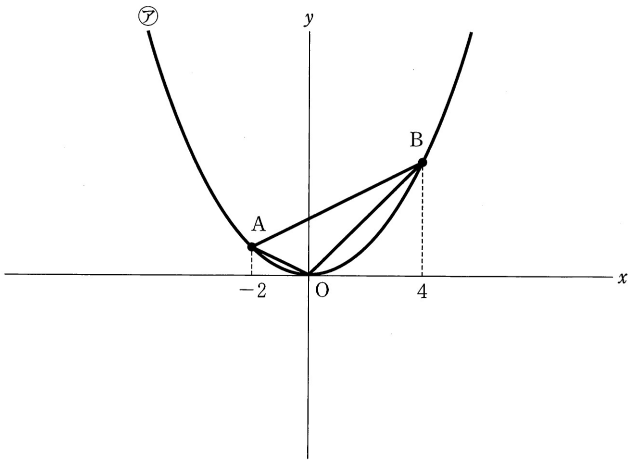
$$\underbrace{\underbrace{\text{①},\ \text{②},\ \text{③},\ \text{④},\ 5,\ \text{⑥},\ 7,\ 8,\ 9,\ 10}_{n=10},\ 11,\ \text{⑫}}_{n=12},\ 13,\ \cdots$$

3

次の図のように，関数 $y=\dfrac{1}{4}x^2$ …㋐のグラフ上に 2 点 A，B があり，点 A の x 座標が -2，点 B の x 座標が 4 である。3 点 O，A，B を結び △OAB をつくる。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

ただし，原点を O とする。（8 点）



(1)　点 A の座標を求めなさい。

(2)　2 点 A，B を通る直線の式を求めなさい。

(3)　x 軸上の $x>0$ の範囲に 2 点 C，D をとり，△ABC と △ABD をつくる。

このとき，次の各問いに答えなさい。

なお，各問いにおいて，答えに $\sqrt{\ }$ がふくまれるときは，$\sqrt{\ }$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

①　△OAB の面積と △ABC の面積の比が 1 ： 3 となるとき，点 C の座標を求めなさい。

②　△ABD が ∠ADB = 90° の直角三角形となるとき，点 D の座標を求めなさい。

解答

(1)　$y=\dfrac{1}{4}x^2$ に $x=-2$ を代入して

$$y=\frac{1}{4}\times(-2)^2=\frac{1}{4}\times 4=1$$

よって $\mathbf{A(-2,\ 1)}$.

(2)　A，B 間の変化の割合は

$$\frac{\frac{1}{4}\times 4^2-\frac{1}{4}\times(-2)^2}{4-(-2)}=\frac{4-1}{4+2}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$$

よって A，B を通る直線の傾きは $\dfrac{1}{2}$ である．直線の方程式を $y=\dfrac{1}{2}x+b$ とおくと，これが A$(-2,\ 1)$ を通ることから，$x=-2$，$y=1$ を代入して

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{1}{2}\times(-2)+b \\ 1 &= -1+b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

よって求める直線の方程式は $\boldsymbol{y=\dfrac{1}{2}x+2}$.

(3)　①　A の切片が 2 であるから，C は y 軸上の点 $(0, -4)$ を通り，傾きが $\frac{1}{2}$ の直線の x 軸との交点である．

$y = \frac{1}{2}x - 4$ に $y = 0$ を代入して

$$0 = \frac{1}{2}x - 4$$
$$x = 8$$

よって **C(0, 8)**.

②　D(d, 0) とする．三平方の定理より，AD，BD，AB の長さの 2 乗を求めると

$$\begin{aligned} \mathrm{AD}^2 &= (-2-d)^2 + (1-0)^2 = 4 + 4d + d^2 + 1 \\ &= d^2 + 4d + 5 \\ \mathrm{BD}^2 &= (4-d)^2 + (4-0)^2 = 16 - 8d + d^2 + 16 \\ &= d^2 - 8d + 32 \\ \mathrm{AB}^2 &= (-2-4)^2 + (1-4)^2 = 36 + 9 \\ &= 45 \end{aligned}$$

$\triangle\mathrm{ABD}$ が AB を斜辺とする直角三角形になるから，三平方の定理より $\mathrm{AD}^2 + \mathrm{BD}^2 = \mathrm{AB}^2$ が成り立つ．よって

$$\begin{aligned} (d^2 + 4d + 5) + (d^2 - 8d + 32) &= 45 \\ 2d^2 - 4d + 37 &= 45 \\ 2d^2 - 4d - 8 &= 0 \\ d^2 - 2d - 4 &= 0 \\ d = \frac{2 \pm \sqrt{4+16}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} &= \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2} \\ &= 1 \pm \sqrt{5} \end{aligned}$$

$d > 0$ より $d = 1 + \sqrt{5}$．よって **D(1 + √5, 0)**.

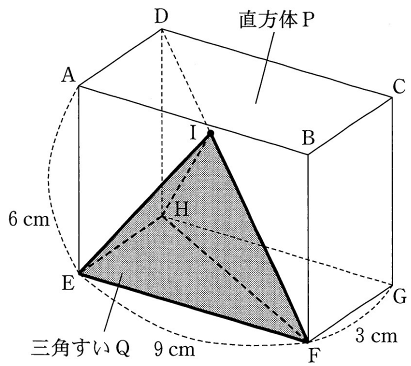
4

あとの各問いに答えなさい。（6 点）

(1)　右の図のように，点 A，B，C，D，E，F，G，H を頂点とし，AE = 6 cm，EF = 9 cm，FG = 3 cm の直方体 P がある。直方体 P の対角線 DF 上に点 I をとり，4 点 E，F，H，I を結んで三角すい Q をつくる。

三角すい Q の体積が直方体 P の体積の $\frac{1}{9}$ のとき，次の各問いに答えなさい。

なお，各問いにおいて，答えの分母に $\sqrt{}$ がふくまれるときは，分母を有理化しなさい。また，$\sqrt{}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。

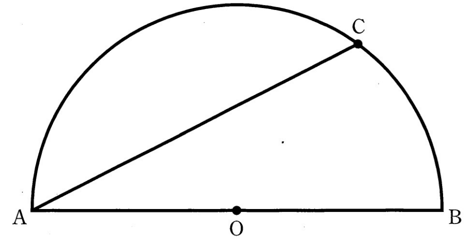


①　△EFH を底面としたときの三角すい Q の高さを求めなさい。

②　線分 EI の長さを求めなさい。

(2)　次の図で，線分 AB を直径とする半円の弧 AB 上に点 C があり，線分 AB の中点を O とするとき，∠OBD = 90°，∠DOB = ∠CAO となる直角三角形 DOB を 1 つ，定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお，作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



解答

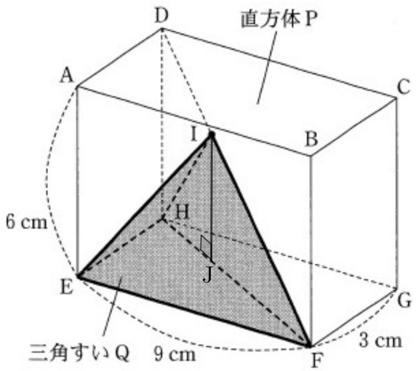
(1)

① 三角すい Q の帝面積 ($\triangle$EFH) は直方体 P の底面 (四角形 EFGH) のの $\dfrac{1}{2}$，三角すい Q の高さが直方体 P の高さの a 倍とすると，体積の関係から

$$\frac{1}{2}\times a\times\frac{1}{3}=\frac{1}{p}$$
$$a=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

よって求める高さは

$$6\times\frac{2}{3}=\mathbf{4}\ \text{cm}$$



② I から直方体 P の底面 EFGH に垂線を下ろし，底面 EFGH との交点を J とすると J は対角線 HF 上にある．また，前の問題の $a=\dfrac{2}{3}$ の比を利用すると，EF 上に EK $=$ 3 cm となる点 K をとれば，$\angle$EKJ $=90^\circ$ で KJ $=2$ cm となる．

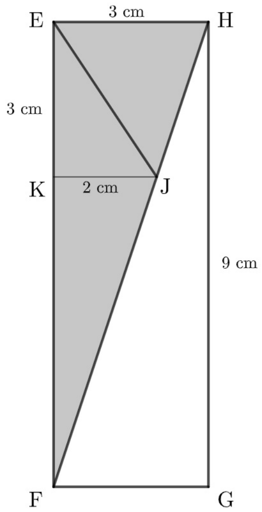
これより $\triangle$EKJ で三平方の定理より

$$\text{EJ}^2=\text{EK}^2+\text{KJ}^2=2^2+3^2=4+9$$
$$=13$$

また，前問より IJ $=4$．EJ $\perp$ IJ であるから，三平方の定理より

$$\text{EI}^2=\text{EJ}^2+\text{IJ}^2=13+4^2=13+16$$
$$=29$$

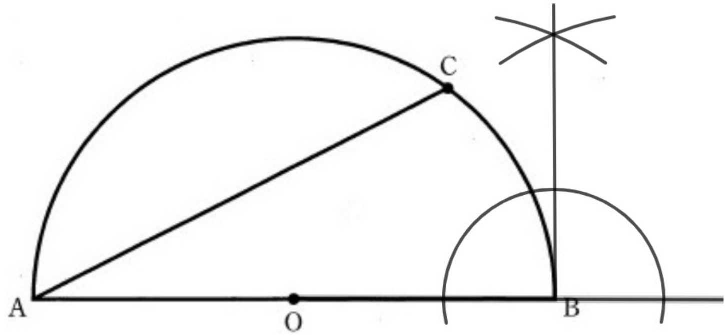
よって EI $=\sqrt{\mathbf{29}}$ cm.



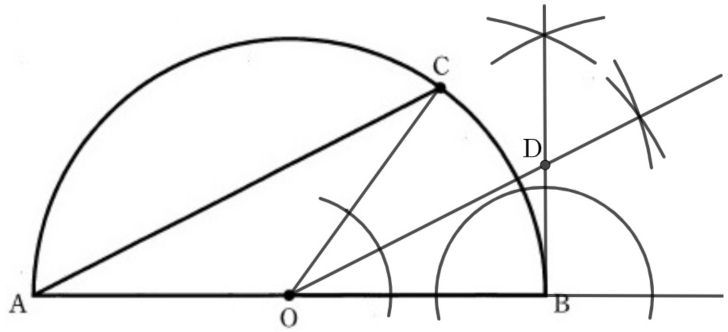
上から見た図

(2) 円周角と中心角の関係を利用する．

① AB を延長して，B を通る AB の垂線を作図する．



② C と O を結び，$\angle$COB の二等分線を作図する．①, ②の交点が点 D となる．

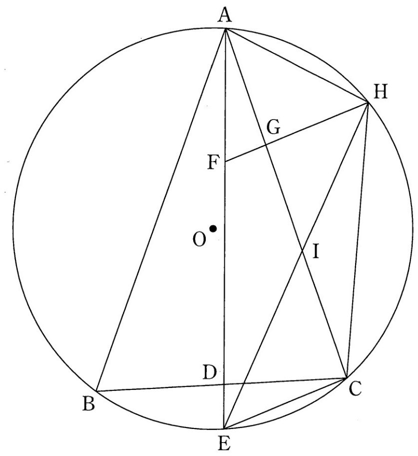


5

次の図のように，円Ｏの円周上に３点Ａ，Ｂ，Ｃをとり，△ABCをつくる。∠BACの二等分線と線分BC，円Ｏとの交点をそれぞれＤ，Ｅとし，線分ECをひく。線分AE上にEC＝AFとなる点Ｆをとり，点Ｆを通り線分ECと平行な直線と線分AC，点Ｂをふくまない弧ACとの交点をそれぞれＧ，Ｈとし，線分AHと線分CHをひく。また，線分EHと線分ACとの交点をＩとする。

このとき，あとの各問いに答えなさい。

ただし，点Ｅは点Ａと異なる点とする。（11点）



(1) 次の ☐ は，△AIH∽△HIGであることを証明したものである。

(ア) ～ (ウ) に，それぞれあてはまる適切なことがらを書き入れなさい。

〈証　明〉　△AIHと△HIGにおいて，

共通な角だから，　(ア)　…①

弧AEに対する円周角は等しいから，　∠AHI ＝ (イ)　…②

FH//ECより，平行線の錯角は等しいから，　(イ) ＝ ∠HGI　…③

②，③より，　∠AHI ＝ ∠HGI　…④

①，④より，　(ウ)　がそれぞれ等しいので，

△AIH ∽ △HIG

(2) △AFG≡△CEDであることを証明しなさい。

(3) AF＝6 cm，FG＝2 cm，GH＝5 cmのとき，次の各問いに答えなさい。

① 線分FEの長さを求めなさい。

② △IECと△AGHの面積の比を，最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答

(1)

<証　明>　△AIHと△HIGにおいて，

共通な角だから，　(ア) **∠AIH＝∠HIG**　…①

弧AEに対する円周角は等しいから，　∠AHI＝ (イ) **∠ACE**　…②

FH // ECより，平行線の錯角は等しいから，　(イ) ∠ACE ＝∠HGI　…③

②, ③より，　∠AHI＝∠HGI　…④

①, ④より，(ウ) **2組の角** がそれぞれ等しいので，　△AIH ∽ △HIJ

(2)　<証明>

△AFGと△CEDにおいて，

仮定よりAF＝CE　……①

弧BEに対する円周角より∠ECD＝∠EAB　……②

線分AEは∠BACの二等分線だから∠EAB＝∠FAG　……③

②, ③より∠FAG＝∠ECD　……④

EC // EHより，同位角は等しいから∠AFG＝∠CED　……⑤

①, ④, ⑤より，1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので△AFG≡△CED.

(3)　①　△AEC∽△CEDである．(∠EAC＝∠ECD (△AFG≡△CEDより)，∠AEC＝∠CED (共通な角))

よってEC＝6.

FG // ECであるから△AFG∽△AEC．よってAE＝x cmとすると

$$AF : FG = AE : EC$$
$$6 : 2 = x : 6$$
$$2x = 36$$
$$x = 18$$

よって

$$\begin{aligned} FE &= AE - AF = 18 - 6 \\ &= \mathbf{12}\ \mathrm{cm} \end{aligned}$$

② △AFG ∽ △AEC で AG : GC = 1 : (3 − 1) = 1 : 2，△IEC ∽ △IHG ……① (ともに証明略，EC // GH を用いる)
よって

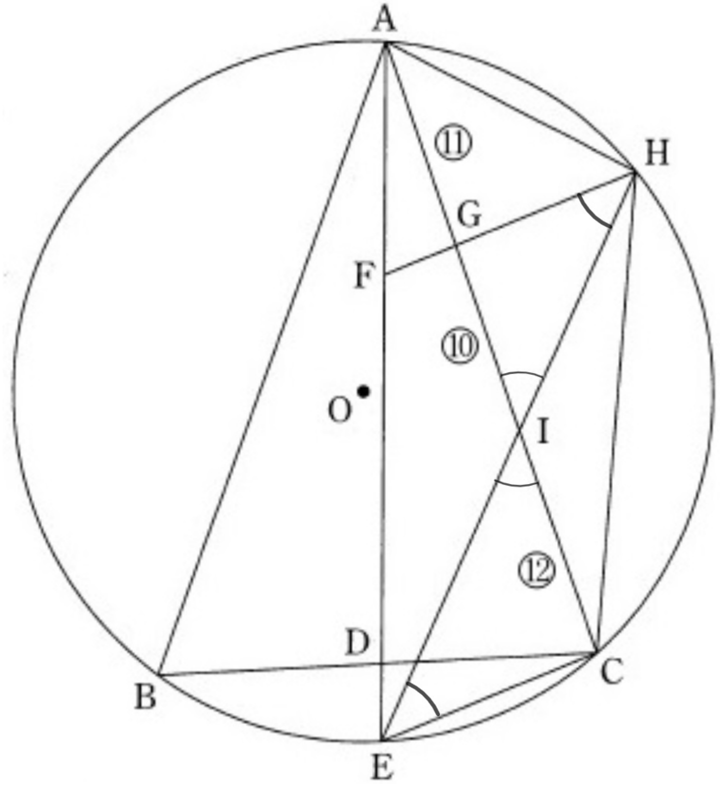
$$GI : IC = GH : CE = 5 : 6$$

ゆえに

$$\begin{aligned} &AG : (GI + IC) = 11 : 22 \\ &AG : GI : IC = 11 : 10 : 12 \end{aligned}$$

①で △IEC と △IHG の相似比は 12 : 10 より[*1]，面積比を $S_{\triangle IEC} : S_{\triangle IHG}$ で表すと $S_{\triangle IEC} : S_{\triangle IHG} = 12^2 + 10^2 = 144 : 100.$
△IHG と △AHG (= △AGH) の面積比は $S_{\triangle IHG} : S_{\triangle AGH} = 11 : 10$ よって，求める面積比は

$$\begin{aligned} S_{\triangle IEC} : S_{\triangle AGH} &= 144 : \left(100 \times \frac{11}{10}\right) = 144 : 110 \\ &= \mathbf{72 : 55} \end{aligned}$$



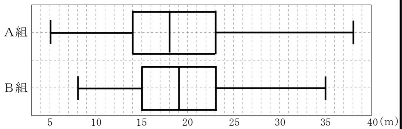
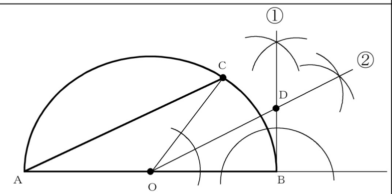
*1 面積比に $6^2 : 5^2 = 36 : 25$ を使うと △IEC と △AGH の面積比は

$$36 : \left(25 \times \frac{11}{10}\right) = 360 : 275 = 72 : 55$$

と計算できる．

Ｂ（数学）採点基準

「採点基準」で処理できない場合は，各校の統一見解で採点されたい。

問題			配点	正答例	備考
1 １３点	⑴		１点	－５６	
	⑵		１点	$\frac{2}{15}x$	
	⑶		１点	３y	
	⑷		２点	４a －３b	
	⑸		２点	$-8+3\sqrt{21}$	
	⑹		２点	$y=-\frac{16}{x}$	
	⑺		２点	$x=\frac{-5\pm\sqrt{41}}{4}$	
	⑻		２点	０，１，２，３	＊　すべて正答の場合のみ，２点。 ＊　順不同。
2 １２点	⑴	①	１点	１９　ｍ	
		②	２点		
		③（ⅰ）	１点	イ	
		③（ⅱ）	１点	ウ	
	⑵	①(A)	１点	ア	＊　(A)，(B)両方正答の場合のみ，１点。
		①(B)		ケ	
		①(C)	１点	イ	＊　(C)，(D)両方正答の場合のみ，１点。
		①(D)		ウ	
		②	１点	歩いた道のり７５０ｍ　，走った道のり４５０ｍ	＊　すべて正答の場合のみ，１点。
	⑶	①	２点	$\frac{3}{10}$	
		②	２点	n ＝１０，１２	＊　すべて正答の場合のみ，２点。 ＊　順不同。
3 ８点	⑴		２点	Ａ（　－２　，　１　）	
	⑵		２点	$y=\frac{1}{2}x+2$	
	⑶	①	２点	Ｃ（　８　，　０　）	
		②	２点	Ｄ（　$1+\sqrt{5}$　，　０　）	
4 ６点	⑴	①	１点	４　cm	
		②	２点	$\sqrt{29}$　cm	
	⑵		３点		・　①が示せて，１点。 ・　②が示せて，１点。 ＊　数学的な推論をもとに，作図されていればよい。
5 １１点	⑴	(ｱ)	１点	∠ＡＩＨ＝∠ＨＩＧ	
		(ｲ)	１点	∠ＡＣＥ	
		(ｳ)	１点	２組の角	
	⑵		４点	〈証　明〉 △ＡＦＧと△ＣＥＤにおいて， 仮定より，　ＡＦ＝ＣＥ　　・・・① ＦＨ∥ＥＣより，平行線の同位角は等しいから， ∠ＡＦＧ＝∠ＣＥＤ　　・・・② 線分ＡＥは∠ＢＡＣの二等分線だから， ∠ＦＡＧ＝∠ＥＡＢ　　・・・③ 弧ＢＥに対する円周角は等しいから， ∠ＥＡＢ＝∠ＥＣＤ　　・・・④ ③，④より， ∠ＦＡＧ＝∠ＥＣＤ　　・・・⑤ ①，②，⑤より， １組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいので， △ＡＦＧ≡△ＣＥＤ	・　①の証明ができて，１点。 ・　②の証明ができて，１点。 ・　⑤の証明ができて，１点。 ＊　数学的な推論の過程が，的確に表現されていればよい。
	⑶	①	２点	１２　cm	
		②	２点	△ＩＥＣ：△ＡＧＨ　＝　７２：５５	
合計			５０点		

（裏面へ続く）