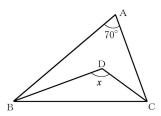
令和3年度前期学力検査 数学 詳解

1

あとの各問いに答えなさい。(18点)

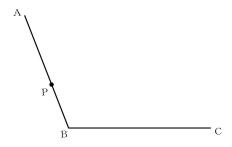
- (1) $4+6\times(-3)$ を計算しなさい。
- (2) $\frac{1}{3}$ (2 x-5) $-\frac{1}{4}$ (x-7) を計算しなさい。
- (3) a = -5, $b = \frac{2}{3}$ のとき、 $18a^2b \div 6a \times (-3b)$ の式の値を求めなさい。
- (4) 連立方程式 $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 3x 2y = -12 \end{cases}$ を解きなさい。
- (5) $2\sqrt{60} \frac{5}{\sqrt{15}} \sqrt{\frac{5}{3}}$ を計算しなさい。
- (6) 二次方程式 (x+3)(x-3) = 2x(x-5) を解きなさい。
- (7) 次の $\mathbf{P}\sim\mathbf{L}$ のうち、y がx の関数であるものはどれか、適切なものを<u>すべて</u>選び、その記号を書きなさい。
 - $\overline{\mathbf{r}}$. 重さが150gの容器に \mathbf{x} \mathbf{g} の砂糖を入れたときの全体の重さは \mathbf{y} \mathbf{g} である。
 - **イ**. 周の長さがx cmである長方形の面積はy cm² である。
 - ウ. 体重x kgの人の身長はy cmである。
 - エ. 45L入る容器に毎分xLの割合で水を入れていくと,y分で満水になる。
- (8) 底面の半径が 3 cm, 母線の長さが 5 cmの円すいの表面積を求めなさい。 ただし, 円周率は π とする。

(9) 次の図のように、 $\triangle ABC$ の $\angle B$ の二等分線と $\angle C$ の二等分線の交点をDとする。 $\angle BAC$ の大きさが70°のとき、 $\angle x$ の大きさを求めなさい。



(10) 次の図のように、線分AB、BCがあり、線分AB上に点Pがある。点Pで線分ABに接し線分BCにも接する円を、定規とコンパスを用いて作図しなさい。

なお、作図に用いた線は消さずに残しておきなさい。



解答

(1)
$$4+6\times(-3) = 4-18$$

= -14

$$\frac{1}{3}(2x-5) - \frac{1}{4}(x-7) = \frac{4}{12}(2x-5) - \frac{3}{12}(x-7)
= \frac{8}{12}x - \frac{20}{12} - \frac{3}{12}x + \frac{21}{12}
= \left(\frac{8}{12} - \frac{3}{12}\right)x - \frac{20}{12} + \frac{21}{12}
= \frac{5}{12}x + \frac{1}{12}$$

(3)
$$18a^{2}b \div 6a \times (-3b) = -\frac{18a^{2}b \times 3b}{6a} = -9ab^{2}$$

$$a = -58, \ b = \frac{2}{3}$$
 のとき
 $-9ab^2 = -9 \times (-5) \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 9 \times 5 \times \frac{4}{9}$
 $= 20$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 1 & \dots \\ 3x - 2y = -12 & \dots \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl}
 0) \times 2 + 2 \times 3 & & \\
 8x + 6y & = & 2 \\
 +) & 9x - 6y & = & -36 \\
 \hline
 & 17x & = & -34 \\
 x & = & -2
\end{array}$$

$$-8 + 3y = 1$$
$$3y = 1 + 8$$
$$3y = 9$$
$$y = 3$$

Ans. (x, y) = (-2, 3)

$$2\sqrt{60} - \frac{5}{\sqrt{15}} - \sqrt{\frac{5}{3}} = 2 \times 2\sqrt{15} - \frac{5\sqrt{15}}{15} - \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{15} - \frac{1}{3}\sqrt{15} - \frac{\sqrt{15}}{3}$$
$$= \left(4 - \frac{1}{3} - \frac{1}{3}\right)\sqrt{15} = \left(4 - \frac{2}{3}\right)\sqrt{15}$$
$$= \frac{10}{3}\sqrt{15}$$

(6)
$$(x+3)(x-3) = 2x(x-5)$$

 $x^2 - 9 = 2x^2 - 10x$
 $-x^2 + 10x - 9 = 0$
 $x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x-9)(x-1) = 0$
 $x = 1, 9$

$$(7)$$
 $p: y = 150 + x$
 $4: y & x & 0$ 式で表すことができないので不適.
 $p: 不適.$
 $x: y = \frac{45}{x}$ 以上より p , x .

(8) 側面のおうぎ形の中心角は

$$\frac{2 \times 3\pi}{2 \times 5\pi} \times 360^{\circ} = \frac{3}{5} \times 360^{\circ}$$

よって側面積は

$$5^2\pi \times \frac{3}{5} = 15\pi \text{ cm}^2$$

底面積は

$$3^2\pi = 9\pi \text{ cm}^2$$

以上より表面積は

$$15\pi + 9\pi = 24\pi \text{ cm}^2$$

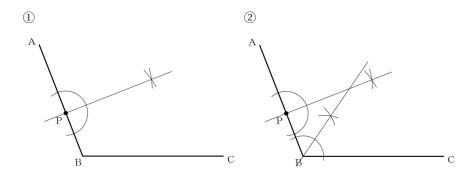
(9)
$$\angle$$
ABC + \angle ACB = $180^{\circ} - 70^{\circ} = 110^{\circ}$. よって \angle DBC + \angle DCB = $\frac{1}{2} \times 110^{\circ} = 55^{\circ}$

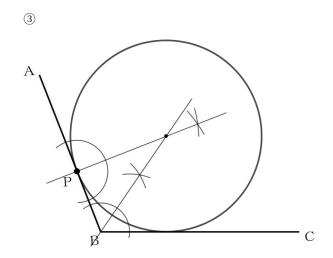
したがって

$$\angle x = 180^{\circ} - (\angle DBC + \angle DCB) = 180^{\circ} - 55^{\circ}$$

= 125°

- ① ①:点PでABに接するために点Pを通るABの垂線を作図する.
- ②:AB、BC の両方に接する円の中心は \angle ABC の角の二等分線上にあるので、 \angle ABC の角の二等分線を作図する.
- ①, ②の交点を中心として点 P を通る円を作図する.





2

あとの各問いに答えなさい。(8点)

(1) ひかりさんは、P中学校の3年A組の生徒35人について、表ある月に図書室で借りた本の冊数を調べた。右の表は、ひかりさんが、3年A組の生徒35人が借りた本の冊数について、平均値、中央値、最頻値、最大値、最小値をまとめたものである。

このとき、次の各問いに答えなさい。

① 3年A組の生徒35人が借りた本の冊数の範囲を求めなさい。

K					
代表値など	本の冊数(冊)				
平均值	5				
中央値	4				
最頻値	3				
最大値	19				
最小値	1				

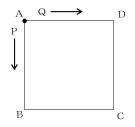
- ② 表から読み取れることがらとして、次の**ア**~**エ**から適切なものを<u>すべて</u>選び、その記号を 書きなさい。
 - ア. 生徒35人が借りた本の冊数の合計は140冊である。
 - **イ**. 少なくとも18人の生徒が,本を4冊以上借りた。
 - ウ. 本を5冊借りた生徒が、最も多い。
 - エ. 本を借りなかった生徒はいない。
- (2) 大小2つのさいころを同時に投げ、出た目の数をそれぞれa, bとする。

このとき,次の各問いに答えなさい。

ただし、さいころの目の出方は、1, 2, 3, 4, 5, 6 0 6 通りであり、どの目が出ることも同様に確からしいものとする。

- ① a-b の値が 3 となる確率を求めなさい。
- ② $\sqrt{a\ b}$ の値が自然数となる確率を求めなさい。
- ③ 右の図のように、正方形ABCDがある。点Pは点Aを出発してB, C, D, A, B, …の順にaだけ、点Qは点Aを出発してD, C, B, A, D, …の順にbだけ各頂点を移動して止まる。

このとき、点Pと点Qが同じ頂点に止まる確率を求めなさい。



解答

(1) ① 範囲 = 最大値 - 最小値 なので

 $19 - 1 = 18 \oplus$

2

ア: 平均値が 5 冊なので $5 \times 35 = 175$. 合計は 140 冊ではない.

イ: 中央値となるのは下から 18 番目の人であり、中央値が 4 冊であることから正しい.

ウ: 最頻値は3冊であるから誤り.

エ: 最小値が1であるから正しい.

以上よりイ, エ.

(2) 目の出方は36通りある.

① (a, b) = (6, 3), (5, 2), (4, 1) の 3 通りより求める確率は

$$\frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

② \sqrt{ab} が自然数となるのは $\sqrt{1}=1,\ \sqrt{4}=2,\ \sqrt{9}=3,\ \sqrt{16}=4,\ \sqrt{25}=5,\ \sqrt{36}=6$ のときで、このとき場合の数は

$$(a, b) = (1, 1),$$

(2, 2), (1, 4), (4, 1),

(3, 3),

(4, 4),

(5, 5),

(6, 6)

の8通り. よって求める確率は

 $\frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

③ 点 A で止まる:

$$(a, b) = (4, 4)$$

点 B で止まる:

$$(a, b) = (1, 3), (5, 3)$$

点 C で止まる:

$$(a, b) = (2, 2), (2, 6), (6, 2), (6, 6)$$

点 D で止まる:

$$(a, b) = (3, 1), (3, 5)$$

以上の9通りあるから、求める確率は

$$\frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

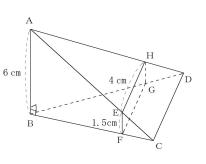
3

あとの各問いに答えなさい。 (7点)

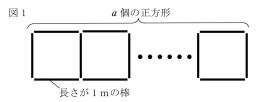
(1) 右の図のように、点A、B、C、Dを頂点とし、 $AB=6\,cm$ 、 $\angle ABC=\angle ABD=90^\circ$ の三角すい がある。辺AC、BC、BD、AD上にEF=1.5cm、 $EH=4\,cm$ の長方形となる点E、F、G、Hをそれ ぞれとる。

このとき,次の各問いに答えなさい。

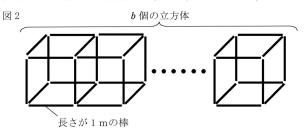
- ① \triangle BFGと四角形FCDGの面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。
- ② 線分CDの長さを求めなさい。



- (2) 次の各問いに答えなさい。
- ① 図1のように、長さが1mの棒を並べて、1辺の長さが1mの正方形を、横にa個つくる。



- ⑦ 正方形を5個つくるとき、長さが1mの棒は何本必要か、求めなさい。
- ⑦ 正方形をa個つくるとき、長さが1mの棒は何本必要か、aを使った式で表しなさい。
- ② 図2のように、長さが1mの棒を並べて、1辺の長さが1mの立方体を、横にb個つくる。長さが1mの棒を108本使うとき、bの値を求めなさい。



解答

(1) ① AB // EF である*1 . AB: EF = 6:1.5 = 12:3 = 4:1 より

BF: FC = (4-1): 1 = 3:1

 \triangle BFG \hookrightarrow \triangle BCD で相似比が 3: (3+1)=3:4 となるので、面積比は $3^2+4^2=9:16$.

求める比は

 \triangle BFG:四角形 FCDG = \triangle BFG:(\triangle BCD - \triangle BFG) = 9:(16 - 9) = 9:7

② EH // CD. AE: EC = 3:1 より

$$CD = \frac{3+1}{3} \times EH = \frac{4}{3} \times 4$$
$$= \frac{16}{3} \text{ cm}$$

- (2) ① 1 個目の正方形を (1+3) 本と考え、2 個目以降を +3 本ずつしていく.
- \bigcirc 1+3×5=1+15=16 \triangle
- ② $1 + 3 \times a = (3a + 1) \pm 4$
- ② 1個目の立方体を(4+8)本と考え、2個目以降を+8本ずつしていく。 b個つくるときの棒の本数は

$$4+8\times b=(8b+4) \, \, \text{$\stackrel{\cdot}{=}$} \,$$

棒を 108 本使うとき

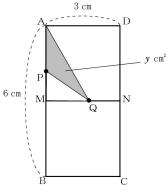
$$8b + 4 = 108$$
$$8b = 104$$
$$b = 13$$

^{*1} 平面 BCD と平面 ABC が垂直に交わるから、四角形 EFGH が長方形になる (EH = FG) ためには EF は平面 BCD に垂直で、BC \bot EF でなければならない.

4

次の図のように、 $AB=6\,cm$ 、 $AD=3\,cm$ の長方形 $AB\,CD$ があり、辺AB、CDの中点をそれぞれM、Nとする。点PはAを出発し、長方形 $AB\,CD$ の辺上をA、M、B、Cの順に秒速 $1\,cm$ の速さで進み、Cまで移動して止まる。また、点Qは点PがAを出発するのと同時にMを出発し、正方形AMNDの辺上をM、N、D、Aの順に秒速 $1\,cm$ の速さで進み、Aまで移動して止まる。

2点P, Qが出発してからx秒後の \triangle APQの面積をy cm² とするとき, あとの各問いに答えなさい。 (9点)

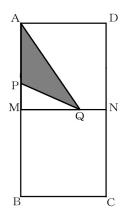


- (1) 2点P, Qが出発してから2秒後の△APQの面積を求めなさい。
- (2) $3 \le x \le 6$ のとき, $y \ge x$ の式で表しなさい。
- (3) △APQの面積が最も大きくなるときの面積を求めなさい。
- (4) \triangle A P Q の面積が $4\,\mathrm{cm}^2$ になるとき,x の値をすべて求めなさい。 なお,答えに $\sqrt{}$ がふくまれるときは, $\sqrt{}$ の中をできるだけ小さい自然数にしなさい。
- (5) $\triangle APQ$ の面積と $\triangle BNP$ の面積が等しくなるとき、xの値をすべて求めなさい。

解答

(1) 2 秒後に点 P は辺 AB 上の AP = 2 cm の位置にいる. 点 Q は辺 MN 上の MQ = 2 cm の位置にいる. よって

$$\triangle APQ = \frac{1}{2} \times AP \times MQ = \frac{1}{2} \times 2 \times 2$$
$$= 2 \text{ cm}^2$$



(2) $3 \le x \le 6$ のとき、点 P は辺 AB 上の AP = x cm の位置にいる。点 Q は辺 ND 上の QN = (x-3) cm の位置にいる。

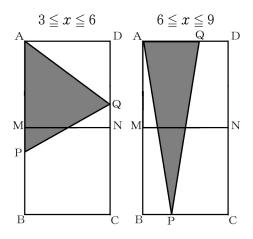
この間, \triangle APQ の底辺を AP と見ると,高さは MN = 3 cm で変わらない.よって \triangle APQ の面積 y は

$$y = \frac{1}{2} \times AP \times MN = \frac{1}{2} \times x \times 3$$

より $y = \frac{3}{2}x$.

(3) (2)で x=6 のとき点 P は B に、点 Q は D にあり、 $\triangle APQ$ の面積が最大になる.よって $y=\frac{3}{2}x$ に x=6 を代入して

$$y = \frac{3}{2} \times 6 = 9 \text{ cm}^2$$



(4) (2)で $y=\frac{3}{2}x$ に 1x=3 を代入すると $y=\frac{9}{2}=4.5$ (> 4). よって $0\leq x\leq 3$ の間に一度 y=4 となる.

 $0 \le x \le 3$ のとき

$$y = \frac{1}{2} \times AP \times MQ = \frac{1}{2} \times x \times x$$
$$= \frac{1}{2}x^{2}$$

$$y = 4$$
 のとき

$$4 = \frac{1}{2}x^2$$

$$x^2 = 8$$

$$x = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \ (>0)$$

 $6 \le x \le 9$ のとき、点 P は辺 BC 上にあり BP = (x-6) cm、点 Q は辺 AD 上にあり QD = (x-6) cm. このとき

$$AQ = 3 - (x - 6) = 9 - x$$

 \triangle APQ の面積は AP を底辺と見ると高さは AB = 6 cm で

$$y = \frac{1}{2} \times (9 - x) \times 6$$
$$= 27 - 3x$$

$$y = 4 ob$$

$$4 = 27 - 3x$$

$$3x = 23$$

$$x = \frac{23}{3}$$

以上より $x=2\sqrt{2}$, $\frac{23}{3}$.

 $0 \le x \le 6$ のとき AP = x cm より BP = (6-x) cm.

$$\triangle BNP = \frac{1}{2} \times BP \times MN = \frac{1}{2} \times (6 - x) \times 3$$
$$= \frac{3}{2} (6 - x)$$

 $6 \le x \le 9$ のとき点 P は辺 BC 上にあり PB = (x-6) cm.

$$\triangle BNP = \frac{1}{2} \times PB \times NC = \frac{1}{2} \times (x - 6) \times 3$$
$$= \frac{3}{2}(x - 6)$$

よって

$$\Delta BNP = \begin{cases} \frac{3}{2}(6-x) & (0 \le x \le 6) \\ \frac{3}{2}(x-6) & (6 \le x \le 9) \end{cases} \dots 2$$

①, ②より、 $0 \le x \le 3$ のとき $\triangle APQ$ と $\triangle BNP$ の面積が等しいとすると

$$\frac{1}{2}x^2 = \frac{3}{2}(6-x)$$

$$x^2 = 18 - 3x$$

$$x^2 + 3x - 18 = 0$$

$$(x+6)(x-3) = 0$$

$$x = -6, 3$$

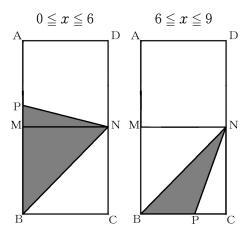
 $0 \le x \le 3$ より x = 3. $3 \le x \le 6$ のとき \triangle APQ と \triangle BNP の面積が等しいとすると

$$\frac{3}{2}x = \frac{3}{2}(6-x)$$

$$x = 6-x$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$



 $6 \le x \le 9$ のとき \triangle APQ と \triangle BNP の面積が等しいとすると

$$27 - 3x = \frac{3}{2}(x - 6)$$

$$\frac{2}{3}(27 - 3x) = x - 6$$

$$2(9 - x) = x - 6$$

$$18 - 2x = x - 6$$

$$-3x = -24$$

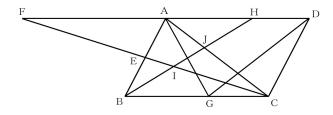
$$x = 8$$

以上よりx = 3, 8.

5

次の図のように、平行四辺形ABCDがある。辺ABの中点をEとし、直線CEと直線DAの交点をFとする。辺BC上にAB = AGとなる点Gをとり、線分DGをひく。辺AD上に AH:HD = 3:2となる点Hをとり、線分BHと線分EC、線分ACとの交点をそれぞれ点I、Jとする。

このとき、あとの各問いに答えなさい。(8点)



- (1) $\triangle ABC \equiv \triangle GAD$ であることを証明しなさい。
- (2) 線分BIと線分IHの長さの比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。
- (3) △A J H と平行四辺形 A B C D の面積の比を、最も簡単な整数の比で表しなさい。

解答

(1) <証明> △ABC と △GAD で, 仮定から

$$AB = GA \cdots$$

四角形 ABCD は平行四辺形なので

$$BC = AD \cdots (2)$$

AB = AG より $\triangle ABG$ は頂点を A とする二等辺三角形なので底角は等しい:

AD // BC なので錯角の関係より

$$\angle GAD = \angle AGB \cdots (4)$$

③, ④より

$$\angle ABC = \angle GAD \cdots G$$

- ①, ②, ⑤より, 2組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので $\triangle ABC \equiv \triangle GAD$.
- (2) AE = EB より $\triangle EBC \equiv \triangle EAF$ であり (証明略), BC = AF. また, $\triangle IBC \hookrightarrow \triangle IHF$ である (証明略).

AH: HD = 3:2 であるから、AH を 3 とするとき、AD = BC = AF = 5. よってこのとき HF = 3 + 5 = 8.

以上より

$$BI:IH = BC:HF = 5:8$$

(3) △JHA ∽ △JCB であり (証明略), 相似比は

よって AJ: JC = 3:5 であるから AJ: AC = 3: (3+5) = 3:8

$$AJ = \frac{3}{8}AC$$

また AH: HD = 3:2 より

HA : BC = 3 : 5

AH : AD = 3 : 5

$$AH = \frac{3}{5}AD$$

以上より △AJH と平行四辺形 ABCD の面積比は

$$\triangle AJH$$
: 平行四辺形 $ABCD = \frac{1}{2} \times \frac{3}{8} \times \frac{3}{5} : 1$
= $\frac{9}{80} : 1$
= **9**: **80**

(数学) 前期選抜採点基準

「採点基準」で処理できない場合は、各校の統一見解で採点されたい。

問]	題	配点	正 答 例	備考
1	(1)		1 点	-14	
18点	(2)		1 点	$\frac{5 x + 1}{12}$	
	(3)		1点	2 0	
	(4)		2点	x = -2, y = 3	
	(5)		2点	$\frac{1\ 0\ \sqrt{1\ 5}}{3}$	
	(6)		2点	x = 1, 9	
	(7)		2点	ア, エ	* すべて正答の場合のみ,2点。 * 順不同。
	(8)		2 点	$2~4~\pi~\mathrm{cm}^2$	
	(9)		2点	$\angle x = 125$ °	
	(10)		3点	A D C	 ①が示せて、1点。 ②が示せて、1点。 * 数学的な推論をもとに、作図されていればよい。
2	(1)	①	1点	18 ∰	
8点		2	2点	· 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기 기	* すべて正答の場合のみ, 2点。 * 順不同。
	(2)	1	1点	$\frac{1}{12}$	
		2	2点	2 9	
<u> </u>		3	2点	1/4	
3	(1)	1	1 点	△BFG : 四角形FCDG = 9 : 7	
7点		2	2点	$\frac{16}{3}$ cm	
	(2)	1 9	1 点	16 本	
		1	1 点	3 a + 1 (本)	
		2	2 点	b = 13	

(裏面へ続く)

4	(1)	1点	2 cm ²	
9 点	(2)	2点	$y = \frac{3}{2} x$	
	(3)	2点	9 cm ²	
	(4)	2点	$x = 2\sqrt{2} , \frac{23}{3}$	* すべて正答の場合のみ, 2点。 * 順不同。
	(5)	2点	x = 3, 8	* すべて正答の場合のみ, 2点。 * 順不同。
8点	(1)	4点	平行四辺形の向かい合う辺は等しいから, $BC = AD$ ・・・② $\triangle ABG$ は二等辺三角形だから, $\angle ABC = \angle AGB$ ・・・③ $AD \parallel BC$ より,平行線の錯角は等しいから, $\angle AGB = \angle GAD$ ・・・④	 ①の証明ができて、1点。 ②の証明ができて、1点。 ⑤の証明ができて、1点。 数学的な推論の過程が、的確に表現されていればよい。
	(2)	2 点	BI: IH = 5:8	
	(3)	2点	△A J H : 平行四辺形A B C D = 9 : 8 0	
合 計 50点		50点		